

1000 QUESTÕES DE MATEMÁTICA

ESCOLAS MILITARES E ENSINO MÉDIO



José Roberto Julianelli
Fábio Souza da Silva
Leandro Carvalho Vieira
Gilmar de Paula Matta
Ilydio P. de Sá

1000 QUESTÕES DE MATEMÁTICA

ESCOLAS MILITARES E ENSINO MÉDIO



José Roberto Julianelli
Fábio Souza da Silva
Leandro Carvalho Vieira
Gilmar de Paula Matta
Ilydio P. de Sá

1000 QUESTÕES DE MATEMÁTICA

ESCOLAS MILITARES E ENSINO MÉDIO



EDITORA
CIÊNCIA MODERNA

1000 QUESTÕES DE MATEMÁTICA

EDITORA
CIÊNCIA MODERNA
WWW.LCM.COM.BR

Fabiana professora da Rede Particular de Ensino de Volta Redonda-RJ, além de Coordenadora da Área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias da EFPC, insinua-se manifestada pela mudança: CSN. Também é professora Universitária do IGC, Instituto Superior de Educação do Estado de Guanabara em MATEMÁTICA e é Secretária Executiva de Educação da EFPC-UFPA, atuando no cargo Especializado de 7º Nível de Especialização em Ciências.

CM EDITORA
CIÊNCIA MODERNA

1000 Questões de Matemática – Escolas Militares – Ensino Médio

Copyright© Editora Ciência Moderna Ltda., 2009

Todos os direitos para a língua portuguesa reservados pela EDITORA CIÊNCIA MODERNA LTDA.

De acordo com a Lei 9.610 de 19/2/1998, nenhuma parte deste livro poderá ser reproduzida, transmitida e gravada, por qualquer meio eletrônico, mecânico, por fotocópia e outros, sem a prévia autorização, por escrito, da Editora.

Editor: Paulo André P. Marques

Supervisão Editorial: Camila Cabete Machado

Copidesque: Nancy Juozapavicius

Capa: Cristina Satchko Hodge

Diagramação: Abreu's System

Assistente Editorial: Patricia da Silva Fernandes

Revisão de Provas: Aline Vieira Marques

Várias Marcas Registradas aparecem no decorrer deste livro. Mais do que simplesmente listar esses nomes e informar quem possui seus direitos de exploração, ou ainda imprimir os logotipos das mesmas, o editor declara estar utilizando tais nomes apenas para fins editoriais, em benefício exclusivo do dono da Marca Registrada, sem intenção de infringir as regras de sua utilização. Qualquer semelhança em nomes próprios e acontecimentos será mera coincidência.

FICHA CATALOGRÁFICA

JULIANELLI, José Roberto; MATTA, Gilmar de Paula; VIEIRA, Leandro Carvalho; SOUZA, Fábio.

1000 Questões de Matemática – Escolas Militares – Ensino Médio
Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2009.

1. Matemática
I — Título

ISBN: 978-85-7393-838-8

CDD 510

Editora Ciência Moderna Ltda.

R. Alice Figueiredo, 46 – Riachuelo

Rio de Janeiro, RJ – Brasil CEP: 20.950-150

Tel: (21) 2201-6662/ Fax: (21) 2201-6896

LCM@LCM.COM.BR

WWW.LCM.COM.BR

05/09

Sumário

1 Revisão de Conteúdos do Ensino Fundamental.....	1
2 Funções: Composta, Inversa e Polinomial do 1º Grau.....	19
3 Função do 2º Grau.....	35
4 Função Modular.....	45
5 Função Exponencial.....	55
6 Função Logarítmica.....	65
7 Trigonometria.....	85
8 Progressões Aritméticas.....	127
9 Progressões Geométricas.....	133
10 Matrizes.....	141
11 Determinantes.....	149
12 Sistemas Lineares.....	163
13 Fatorial – Análise Combinatória.....	177
14 Probabilidades.....	187
15 Binômio de Newton.....	193

- 5) (EsFAO) – Se “n” é real e positivo, o valor de $\frac{1}{\sqrt{n^2+1}-n}$ é:
- um valor entre “n” e “2n”
 - um valor entre “ $\frac{n}{2}$ ” e “n”
 - um valor entre 0 e “n”
 - um valor que diminui à medida que “n” cresce
 - maior que “2n” (X)
- 6) (ITA) – O menor inteiro positivo n para o qual a diferença $\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$ fica menor que 0,01 é:
- 2499.
 2501. (X)
 - 2500.
 - 3600.
 - 4900.
- 7) (EEAR) Se $k = \sqrt{3} + \sqrt{5}$ então $\sqrt{15}$ é igual a
- $\frac{k^2-8}{2}$ (X)
 - $\frac{k^2}{2}$
 - k^2-8
 - k^2
- 8) (EPCAR) – Um mês com 30 dias pode ter:
- 5 sábados e 5 domingos (X)
 - 5 sábados e 5 segundas-feiras
 - 5 segundas-feiras e 5 quartas-feiras
 - 5 domingos, 5 sábados e 5 segundas-feiras
- 9) (ExPCEEx) – Para todo $n \in \mathbb{Z}$ e $k \in \mathbb{Z}$, com $n < k$, é sempre verdadeira a sentença:
- $\frac{1}{n} < \frac{1}{k}$

- $\frac{n+k}{n \cdot k}$, é m número inteiro
 - $\sqrt{n} < \sqrt{k}$
 - $1-n < 1-k$
 - $\frac{1}{2^n} > \frac{1}{2^k}$ (X)
- 10) (EN) – Anos bissextos são os divisíveis por 400 e também os divisíveis por 4 mas não por 100. Quantos anos bissextos há entre 1993 e 2993?
- 240
 - 243
 - 245
 - 248
 - 250 (X)
- 11) (EsPCEEx) Este ano, duas empresas patrocinarão a premiação, em dinheiro, dos alunos de uma escola pelo destaque no critério “Melhor Rendimento Escolar”. A empresa Alfa doará um montante de R\$9.600,00 e a empresa Bravo de R\$7.800,00. Cada aluno deve receber como prêmio um cheque de somente uma das empresas e todos os cheques devem ter o mesmo valor. Se todo esse montante for distribuído, o número mínimo de alunos que poderá ser contemplado nessa premiação é de:
- 25
 - 29 (X)
 - 30
 - 32
 - 40
- 12) (EsFAO) – Sendo $1 \leq a \leq 3$ e $2 \leq b \leq 5$; é correto afirmar:
- $-12 \leq 2a - 3b \leq -4$
 - $-13 \leq 2a - 3b \leq 0$ (X)
 - $8 \leq 2a - 3b \leq 21$
 - $-2 \leq a - b \leq -1$
 - $1 \leq a - b \leq 2$
- 13) (CFO) – Se a e b são números inteiros e $1 \leq a < b \leq 9$, o menor valor que $\frac{a+b}{ab}$ pode assumir é:
- 1
 - 15/56
 - 2/9
 - 9/20
 - 17/72 (X)

- 14) (EN) – Uma senhora extremamente gorda resolveu fazer uma dieta e perdeu em três meses 30% de seu peso; entretanto, nos três meses seguintes, ela aumentou seu peso em 40%. No decorrer desse semestre, o peso da senhora:
- aumentou 16%
 - aumentou 10%
 - manteve seu valor inicial
 - diminuiu 10%
 - diminuiu 2% (X)
- 15) (EsFAO) – Em uma fábrica de lâmpadas, 60% da produção é do tipo A e 40% do tipo B. Sabe-se que 4% das lâmpadas do tipo A e 1,5% das do tipo B são defeituosas. Qual o percentual de lâmpadas defeituosas no lote?
- 5,5%
 - 2,75%
 - 1,9%
 - 3% (X)
 - 2%
- 16) (AFA) – Analisando-se uma amostra populacional com relação à altura, determinou-se:
- 95% têm altura maior ou igual a 1,62m;
 - 8% têm altura menor ou igual a 1,62m.
- Qual o percentual de indivíduos com exatamente 1,62m?
- 3 (X)
 - 5
 - 8
 - 13
- 17) (ITA) O número de divisores positivos de 17640 que, por sua vez, são divisíveis por 3 é:
- 24
 - 36
 - 48 (X)
 - 54
 - 72
- 18) (CN – 2º ano) – Uma pessoa empregou todo o seu capital da seguinte maneira: metade a 6% ao ano; um terço a 10% ao ano e a parte restante a uma taxa tal que o seu lucro total no fim de um ano foi de $7\frac{1}{3}\%$ do capital. Qual é essa taxa em por cento ao ano?

- 18
 - 12
 - 6 (X)
 - 4
 - 3
- 19) (CFO) – Há um ano, uma floresta tinha uma extensão de 20.000 km². Devido ao desmatamento, hoje sua área é 13% inferior. Supondo que a extensão dessa floresta continue diminuindo 13% ao ano, assinale a alternativa que indica a extensão que a floresta terá daqui a 5 anos, em km².
- 20.000 (0,87)²
 - 20.000 (0,87)³
 - 20.000 (0,87)⁴
 - 20.000 (0,87)⁵ (X)
 - 20.000 (0,87)⁶
- 20) (CFO) – Em um avião, os passageiros são de quatro nacionalidades: argentina, brasileira, colombiana e dominicana nas seguintes proporções: 20% de argentinos, 85% de não colombianos e 70% de não dominicanos. Assinale a alternativa que indica a porcentagem dos passageiros que são brasileiros.
- 25%
 - 35% (X)
 - 38%
 - 40%
 - 45%
- 21) (CN – 2º ano) – Dividindo-se $\frac{5}{6}$ em partes inversamente proporcionais a 6, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$ e 2, uma das partes NÃO é:
- $\frac{1}{15}$
 - $\frac{2}{15}$ (X)
 - $\frac{4}{15}$
 - $\frac{3}{10}$
 - $\frac{1}{5}$
- 22) (CFO) – Uma determinada quantia x reais é dividida igualmente entre n pessoas. Se houvesse 3 pessoas a mais, cada uma receberia R\$ 100,00 a menos, e se fossem 2 pessoas a menos, cada uma receberia R\$ 100,00 a mais. Então x · n vale:
- R\$ 60.000,00
 - R\$ 72.000,00 (X)
 - R\$ 75.000,00
 - R\$ 80.000,00
 - R\$ 100.000,00

- 23) (EsFAO) – Um feirante vendeu $\frac{1}{3}$ das frutas que possuía, mais 2. A seguir vendeu $\frac{4}{5}$ mais 1, ficando, então, com 3 frutas. Se “n” é o número inicial de frutas do feirante, então:
- a) $n \geq 100$ b) $90 < n < 100$ c) $70 < n < 90$
 d) $50 < n < 70$ e) $30 < n < 50$ (X)
- 24) (EsPCEEx) Um comerciante aumenta o preço inicial (PI) de um produto em $x\%$ e, em seguida, resolve fazer uma promoção, dando um desconto, também de $x\%$, sobre o novo preço. Nessas condições, a única afirmativa correta, dentre as apresentadas abaixo, em relação ao preço final (PF) do produto, é:
- a) o PF é impossível de ser relacionado com o preço inicial.
 b) o PF é igual ao preço inicial.
 c) $PF = PI \cdot \frac{10^{-2}}{2} x^2$
 d) $PF = PI \cdot \frac{10^{-4}}{2} x^2$
 e) $PF = PI \cdot (1 - 10^{-4} x^2)$ (X)
- 25) (EsPCEEx) No semestre passado houve no curso de Matemática três provas, cada uma com um peso diferente do peso das demais. A tabela abaixo indica as notas e as médias de alguns alunos do curso.

Aluno	Provas			Média
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	
Apolônio	8,0	5,0	7,0	7,0
Bolzano	5,0	5,0	7,0	6,0
Copérnico	4,0	4,0	4,0	4,0
Demócrito	5,5	1,0	10,0	?

Se a soma dos pesos é igual a 6, a média do aluno Demócrito é

- a) 4,5
 b) 5,0
 c) 6,0
 d) 6,5
 e) 7,0 (X)
- 26) (EsPCEEx) – Considere a equação em x , dada por $(m+2)x = m^2 - 4$. Podemos então afirmar que essa equação:
- a) admite uma única solução: $x = m - 2$, $\forall m \in \mathbb{R}$.
 b) não admite solução para $m = -2$.
 c) admite uma única solução para $m \neq -2$. (X)
 d) admite infinitas soluções, $\forall m \in \mathbb{R}$.
- 27) (AFA) – O conjunto-solução da inequação $3x + 2 < -x + 3 \leq x + 4$ é:
- a) $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{4} \right\}$ (X)
 b) $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \leq -\frac{1}{2} \text{ ou } x > \frac{1}{4} \right\}$
 c) $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid x < -\frac{1}{2} \text{ ou } x \geq \frac{1}{4} \right\}$
 d) $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{2} < x \leq \frac{1}{4} \right\}$
- 28) (AMAN) – A soma das raízes da equação $x^{-1} - 4x^{-\frac{1}{2}} + 3 = 0$ é:
- a) $\frac{10}{9}$ (X) b) 2 c) -1
 d) $\frac{10}{3}$ e) $-\frac{2}{9}$

- 29) (EsPCEX) – A soma dos inversos das raízes da equação $x^2 + 4x + m = 0$ é $1/3$. A soma dos quadrados das raízes da equação é igual a:

a) 26 b) 40 (X) c) 58
d) 80 e) 96

- 30) (AMAN) – A soma dos inversos dos quadrados das raízes da equação $x^2 + x + 1 = 0$ é:

a) -1 (X) b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) 1 d) -3 e) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

- 31) (CFO) – As raízes da equação $x^2 + bx - 53 = 0$ são inteiras e b é positivo. Se a é a maior das raízes, então:

a) $a + b = 1$ b) $a + b = 53$ (X) c) $a - b = -1$
d) $a = b$ e) $a = -b$

- 32) (EPCAR) – O valor de k para que a soma das raízes da equação $(k - 2)x^2 - 3kx + 1 = 0$ seja igual ao seu produto é:

a) $-1/3$
b) $1/3$ (X)
c) $1/3$ ou 2
d) $-1/3$ ou 2

- 33) (AFA) – O polinômio do 2º grau $y = \frac{b}{2}(x^2 + 1) + ax$, com coeficientes reais, não possui raiz real se, e somente se:

a) $a - b < 0$ b) $a^2 - b^2 < 0$ (X)
c) $b^2 - 4a > 0$ d) $b^2 - 2ab < 0$

- 34) (ITA) Considere a equação em $x \in \mathbb{R}$, $\sqrt{1+mx} = x + \sqrt{1-mx}$, sendo m um parâmetro real.

a) Resolva a equação em função do parâmetro m .
b) Determine todos os valores de m para os quais a equação admite solução não nula.

Resp: A) $2\sqrt{1-m^2}$ ou $-2\sqrt{1-m^2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq m < 1$

- 35) (EsFAO) – Sendo dados os conjuntos $A = \{\{3\}\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 4\}$, então $A \cup B$ é:

a) $\{1, 2, 3\}$
b) $\{1, 2, \{3\}\}$
c) $\{\{3\}, 1, 2, 3\}$ (X)
d) $\emptyset$
e) $\{\{3\}, \{1, 2, 3\}\}$

- 36) (ITA) Considere as seguintes afirmações sobre o conjunto $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$:

I) $\emptyset \in U$ e $n(U) = 10$.

II) $\emptyset \subset U$ e $n(U) = 10$.

III) $5 \in U$ e $\{5\} \subset U$.

IV) $\{0, 1, 2, 5\} \cap \{5\} = 5$.

É possível dizer, então, que é (são) verdadeira(s)

a) apenas I e III.
b) apenas II e IV.
c) apenas II e III. (X)
d) apenas IV.
e) todas as afirmações

- 37) (ITA) Seja o conjunto $S = \{r \in \mathbb{Q} : r \geq 0 \text{ e } r^2 \leq 2\}$, sobre o qual são feitas as seguintes afirmações:

I) $\frac{5}{4} \in S$ e $\frac{7}{5} \in S$.

II) $\{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq \sqrt{2}\} \cap S = \emptyset$.

III) $\sqrt{2} \in S$.

É possível dizer, então, que é (são) verdadeira(s) apenas:

a) I e II
b) I e III
c) II e III
d) I (X)
e) II

- 38) (EN) – A negação da proposição “ $x \neq 3$ e $y < 2$ ” é:
- a) “ $x = 3$ e $y \geq 2$ ”
 - b) “ $x = 3$ e $y > 2$ ”
 - c) “ $x = 3$ ou $y \geq 2$ ” (X)
 - d) “ $x \neq 2$ e $y < 3$ ”
 - e) “ $x \neq 3$ ou $y < 2$ ”
- 39) (EsPCEX) – Qual é afirmação verdadeira?
- a) A soma de dois números irracionais positivos é um número irracional.
 - b) O produto de dois números irracionais distintos é um número irracional.
 - c) O quadrado de um número irracional é um número racional.
 - d) A diferença entre um número racional e um número irracional é um número irracional. (X)
 - e) A raiz quadrada de um número racional é um número irracional.
- 40) (EsPCEX) – Sejam A, B e C conjuntos finitos. O número de elementos de $A \cap B$ é 25, o número de elementos de $A \cap C$ é 15 e o número de elementos de $A \cap B \cap C$ é 10. Então o número de elementos de $A \cap (B \cup C)$ é:
- a) 30 (X)
 - b) 10
 - c) 40
 - d) 20
 - e) 15
- 41) (EsFAO) – Dado o conjunto $A = \{\emptyset, 1, 2, \{1\}, \{2\}\}$ a afirmação FALSA é:
- a) $\emptyset \in A$
 - b) $\emptyset \subset A$
 - c) $\{1\} \subset A$
 - d) $(\{1\} \cup \{2\}) \in A$ (X)
 - e) $2 \in A$

- 42) (AMAN) – A fórmula $A - B = A \cap B'$ pode definir a diferença de dois conjuntos usando somente as operações de interseção e complemento. Da mesma forma, $A \cup B$ pode ser representada por:
- a) $[A \cap B'] \cup [B \cap A'] \cup [A \cap B]$ (X)
 - b) $[A \cap B'] - B$
 - c) $[A \cap B'] \cup [B \cap A'] \cup [A \cap B]$
 - d) $[A \cup B'] - B$
 - e) $[A + B]$
- 43) (EsPCEX) – Se P e Q são subconjuntos de A, e P' e Q' seus respectivos complementares em A, então $(P \cap Q) \cup (P \cap Q')$ é igual a:
- a) P'
 - b) Q'
 - c) P(X)
 - d) Q
- 44) (EN) – Considere os conjuntos $A = \{x \mid x \in B = \{x, \{A\}\}$ e as proposições
- I) $\{A\} \in B$.
 - II) $\{x\} \in A$.
 - III) $A \in B$.
 - IV) $B \subset A$.
 - V) $\{x, A\} \subset B$.
- As proposições FALSAS são:
- a) I, III e V
 - b) II, IV e V
 - c) II, III, IV e V (X)
 - d) I, III, IV e V
 - e) I, III e IV

- 45) (EsFAO) – Considere os conjuntos “A”, “B”, “C” tais que $n(A) = 30$; $n(A \cap B \cap C) = 5$; $n(B \cap C) = 7$ e $n(A \cup B \cup C) = 70$. O valor de $n[(B - A) \cup (C - A)]$ é:
- 42
 - 40 (X)
 - 38
 - 36
 - 30
- 46) (ITA) Denotemos por $n(X)$ o número de elementos de um conjunto finito X . Sejam A , B e C conjuntos tais que $n(A \cup B) = 8$, $n(A \cup C) = 9$, $n(B \cup C) = 10$, $n(A \cup B \cup C) = 11$ e $n(A \cap B \cap C) = 2$. Então, $n(A) + n(B) + n(C)$ é igual a:
- 11
 - 14
 - 15
 - 18 (X)
 - 25
- 47) (ITA) Sejam A um conjunto com 8 elementos e B um conjunto tal que $A \cup B$ contenha 12 elementos. Então, o número de elementos de $P(B \setminus A) \cup P(\emptyset)$ é igual a
- 8
 - 16 (X)
 - 20
 - 17
 - 9
- 48) (ITA) Sejam U um conjunto não-vazio e $A \subset U$, $B \subset U$. Usando apenas as definições de igualdade, reunião, intersecção e complementar, prove que:
- Se $A \cap B = \emptyset$, então $B \subset A^c$.
 - $B \setminus A^c = B \cap A$.

- 49) (EN) – Sejam $A = [0, 2]$, $B = (-1, 2]$ e $C = (1, 3)$. O complemento de $A \cap (B - C)$ em relação ao conjunto B é igual a:
- $(-1, 0) \cup [1, 2]$
 - $(-1, 2)$
 - $(-1, 0] \cup (1, 2]$
 - $(-1, 1]$
 - $(-1, 0) \cup (1, 2]$ (X)
- 50) (EN) – Considere a proposição: “Se $x > 5$ então $y = 6$ ”. A proposição equivalente é:
- “Se $x < 5$ então $y \neq 6$ ”
 - “Se $y \neq 6$ então $x < 5$ ”
 - “Se $y > 5$ então $x = 5$ ”
 - “Se $y \neq 6$ então $x \leq 5$ ” (X)
 - “Se $x \leq 5$ então $y \neq 6$ ”
- 51) (EsPCEX) – Considerando-se que:
- $$A \cup B \cup C = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 10\}$$
- $$A \cap B = \{2, 3, 8\}$$
- $$A \cap C = \{2, 7\}$$
- $$B \cap C = \{2, 5, 6\}$$
- $$A \cup B = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 8\}$$
- É possível afirmar que o conjunto C é:
- $\{9, 10\}$
 - $\{5, 6, 9, 10\}$
 - $\{2, 5, 6, 7, 9, 10\}$ (X)
 - $\{2, 5, 6, 7\}$
 - $A \cup B$
- 52) (EsPCEX) – Sendo:
- R_+ , o conjunto dos números reais não negativos,
 - Q , o conjunto dos números racionais,
 - Z , o conjunto dos números inteiros,
 - N , o conjunto dos números naturais.
- a intersecção dos conjuntos R_+ , $Q \cup (N \cap Z)$ e $(Z \cap Q) \cup N$ é igual a:
- $\emptyset$
 - R_+
 - Q^*
 - $N(X)$
 - Z_+

- 53) (EsPCEEx) – Em uma pesquisa feita junto a 200 universitários sobre o hábito de leitura de dois jornais (A e B), chegou-se às seguintes conclusões:

- (1) 80 universitários lêem apenas um jornal;
- (2) o número dos que não lêem nenhum dos jornais é o dobro do número dos que lêem ambos os jornais;
- (3) o número dos que lêem o jornal A é o mesmo dos que lêem apenas o jornal B.

Com base nesses dados, podemos afirmar que o número de universitários que lêem o jornal B é:

- a) 160 b) 140 c) 120 d) 100(X) e) 80

- 54) (EEAR) Em uma pesquisa de mercado sobre o consumo de cerveja, obteve-se o seguinte resultado: 230 pessoas consomem a marca A; 200 pessoas, a marca B; 150, ambas as marcas; e 40 não consomem cerveja.

O número de pessoas pesquisadas foi:

- b) 620
c) 470
d) 320(X)
e) 280

- 55) (EsPCEEx) – Sejam A, B e C conjuntos quaisquer com $B \neq \emptyset$, tais que:

I) $(A \cap B) \cup C \subset A \cap B \cap C$

II) $(C - B) \cup (A - B) \supset A \cup B \cup C$

III) $(A \cup B) \cup (C \cap B) \supset (A - B) \cap (C \cup B)$

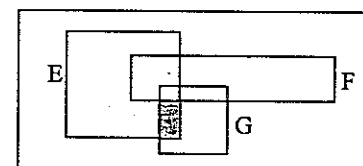
podemos afirmar que:

- a) I é a única verdadeira.
- b) I e III são verdadeiras.
- d) I e II são verdadeiras.
- c) III é a única verdadeira. (X)
- e) I, II e III são verdadeiras.

- 56) (AFA) – Assinale a afirmação correta:

- a) A interseção de conjuntos infinitos pode ser finita. (X)
- b) A interseção infinita de conjuntos não vazios é vazia.
- c) A reunião infinita de conjuntos não vazios tem infinitos elementos.
- d) A interseção dos conjuntos A e B possui sempre menos elementos do que o A e do que o B.

- 57) (EPCAR) – No diagrama abaixo, a parte sombreada representa:



- a) $E \cap G$
- b) $E - G$
- c) $(E \cap G) - F$ (X)
- d) $(E \cap F) \cap G$

- 58) (EPCAR) – Dados os conjuntos $C = \{x \mid x = (-1)^k, k \in \mathbb{N}\}$ e $D = \{x \mid x = 2p + 1 \text{ e } p \in \mathbb{N} \text{ e } p \leq 3\}$, é possível afirmar que:

- a) $C \cap D = \emptyset$ (X)
- b) $C = \mathbb{N} \cup \mathbb{Z}_-$
- c) $D = \{1, 2, 3\}$
- d) D = conjunto de números primos

- 59) (EPCAR) – Dada a relação $R = \{(0, 1); (2, 5); (1, 3); (4, 3)\}$, o conjunto imagem de R^{-1} é:

- a) $\emptyset$
- b) $\{1, 3, 5\}$
- c) $\{0, 1, 2, 4\}$ (X)
- d) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

- 60) (EPCAR) – A interseção dos conjuntos N e $N \times N$ é:
- N
 - $\{0\}$
 - $\phi(X)$
 - N^2
- 61) (AFA) – Dados os conjuntos:
 $A = \{x \in N \mid (x+1)^2 < 28\}$,
 $B = \{x \in Z \mid x+1 > -1\}$ e
 $C = \{x \in Z \mid (x-3)^4 < 8\}$.
 Então o número de elementos do conjunto $(A \cap B) \times (B \cap C)$ é:
- 12
 - 15 (X)
 - 16
 - 20
- 62) (EsPCEEx) – Dos conjuntos X , Y e Z sabe-se que:
- $X \cap Y \cap Z = \{a, b\}$
 - $X \cup Y = \{a, b, c, e, f\}$
 - $Y \cup Z = \{a, b, e, g\}$
 - $X \cup Z = \{a, b, c, f, g\}$
- Então, o conjunto X é dado por:
- $\{a, b, e, f\}$
 - $\{a, c, f, g\}$
 - $\{a, b, e, g\}$
 - $\{a, b, c, f\}$ (X)
- 63) (CFO) – Dado o conjunto $A = \{1, 2, 3\}$, assinale a alternativa que indica o número de subconjuntos de A .
- 4
 - 5
 - 6
 - 7
 - 8 (X)

- 64) (EsPCEEx) – Se A é o conjunto dos números naturais múltiplos de 15 e B o conjunto dos números naturais múltiplos de 35, então $A \cap B$ é o conjunto dos números naturais múltiplos de:
- 15
 - 35
 - 105 (X)
 - 525
- 65) (EsPCEEx) – Em uma cidade, há 1000 famílias: 470 assinam o “Estado”; 420 a “Folha”; 315 a “Gazeta”; 140 assinam a “Gazeta” e a “Folha”; 220 a “Gazeta” e o “Estado”; 110 a “Folha” e o “Estado”; 75 assinam os três jornais.
 É possível então concluir que o número de famílias que não assinam jornal é:
- 150
 - 170
 - 190 (X)
 - 210

*Funções: Composta, Inversa
e Polinomial do 1º Grau*

- 1) (EsPCEX) – A função f , de domínio real mais amplo possível, é tal que $f(x) = \frac{ax + b - 5}{ax + 3b}$. Sabendo que $f(3)$ não existe e $f(-1) = 1$, o valor de $a^2 + b^2$ é:
- a) $\frac{50}{16}$ b) $\frac{25}{3}$ c) $\frac{25}{2}$ (X) d) $\frac{50}{8}$ e) $\frac{50}{9}$
- 2) (EsPCEX) – Seja a função $f: \mathbb{R} - \{-1, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$, não inversível.
- Podemos afirmar que essa função é:
- a) bijetora e não par nem ímpar
b) par e injetora d) par e sobrejetora
c) ímpar e injetora e) ímpar e sobrejetora (X)

- 3) (EsPCEEx) – Sendo $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} 1/x, & \text{se } x \in \mathbb{Z}^+ \\ 2, & \text{se } x \in \mathbb{R} - \mathbb{Z}^+ \end{cases}$
e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = \begin{cases} -1, & \text{se } x \in \mathbb{Q} \\ 1/2, & \text{se } x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q} \end{cases}$, então
 $(f \circ g \circ f \circ g)(2 + \sqrt{2})$ é igual a:
- a) -1 (X) b) $1/2$ c) 2 d) $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ e) -2

- 4) (EsPCEEx) – Seja f uma função cujo domínio é o conjunto dos números reais e $f(a+b) = f(a) \cdot f(b)$ para todo a e b . Se $f(0) = 1$, então o valor de x que satisfaz a igualdade $f(2x) = \frac{1}{f(1)}$, onde $f(1) \neq 0$, é um dos zeros da equação:

- a) $x^2 - x - 6 = 0$
b) $2x^2 + 3x - 5 = 0$
c) $2x^2 + 5x + 2 = 0$ (X)
d) $x^2 + 2x + 1 = 0$
e) $x^2 - 3x + 1 = 0$

- 5) (EsPCEEx) – Sejam as funções $f: \mathbb{R} \rightarrow [-3, +\infty[$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow [2, +\infty[$, definidas respectivamente por $f(x) = 3x^2 - 3$ e $g(x) = 2x^2 + 2$. Se $h(x) = g(f(x))$, então o valor de $h^{-1}(10)$, onde $h^{-1}(x)$ é a função inversa de $h(x)$, é:

- a) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ b) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{15}}{5}$ d) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ (X) e) $\frac{\sqrt{13}}{3}$

- 6) (EsFAO) – Sendo $f(x) = \frac{ax+b}{x-a}$; $(f \circ f)(x)$ é igual a:

- a) $x+b$
b) $bx+a$
c) x (X)
d) $1/x$
e) $(ax+b)/(x-a)$

- 7) (ITA) Sejam a, b, c reais não nulos e distintos, $c > 0$. Sendo par a função dada por $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$, $-c < x < c$, então $f(x)$, para $-c < x < c$, é constante e igual a

- a) $a+b$. b) $a+c$.
c) c . d) b .
e) a. (X)

- 8) (ITA) Considere uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ não-constante e tal que $f(x+y) = f(x)f(y)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

Das afirmações:

- I) $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
II) $f(nx) = [f(x)]^n$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

III) f é par.

é(são) verdadeira(s)

- a) apenas I e II. (X)
b) apenas II e III.
c) apenas I e III.
d) todas.
e) nenhuma.

- 9) (EsFAO) – $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ associa a cada real x o número $\frac{1}{1+x^2}$, o valor de $f(\sqrt[4]{7})$ é:

- a) 0,0(714285) b) $1 - \sqrt[4]{7}$ c) $\frac{\sqrt{7}-1}{6}$ (X)
d) $\frac{\sqrt{7}-1}{8}$ e) $1 - \frac{\sqrt{7}}{7}$

- 10) (AMAN) – Sejam f e g funções de A em A com gráficos $f^* = \{(1, 2), (2, 1), (3, 5), (4, 4), (5, 2)\}$ e $g^* = \{(1, 1), (2, 3), (3, 5), (4, 3), (5, 1)\}$. Logo $f^{-1}(4) \cdot g^{-1}(5)$ vale:

- a) $\emptyset$ b) 2 c) 25 d) 6 e) 12 (X)

11) (AMAN) – Sendo $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $f[f(x)]$ é igual a:

- a) a^x
- b) bx
- c) x^{-1}
- d) $\frac{a^2 x}{a+b}$
- e) x (X)

12) (EsFAO) – Se $f(x) = x + \frac{1}{x}$ então, para todo $x > 0$, temos:

- a) $f(x) \geq 2$ (X)
- b) $3/2 \leq f(x) < 2$
- c) $1 \leq f(x) < 3/2$
- d) $1/2 \leq f(x) < 1$
- e) $0 < f(x) < 1/2$

13) (ITA) Seja $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ e $f: D \rightarrow D$ uma função dada por $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$.

Considere as afirmações:

I. f é injetiva e sobrejetiva

II. f é injetiva, mas não sobrejetiva.

III. $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$, para todo $x \in D$, $x \neq 0$.

IV. $f(x) \cdot f(-x) = 1$, para todo $x \in D$.

Então, são verdadeiras

- a) apenas I e III. (X)
- b) apenas I e IV.
- c) apenas II e III.
- d) apenas I, III e IV.
- e) apenas II, III e IV.

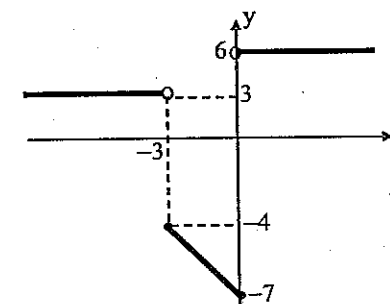
14) (AFA) – Sejam $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $f: A \rightarrow A$ uma função definida por $f(0) = 1$, $f(1) = 2$, $f(2) = 3$ e $f(3) = 0$. Calculando $f \circ f \circ f \circ f(1)$, encontra-se:

- a) 0
- b) 1
- c) 2 (X)
- d) 3

15) (EN) – Sejam $h(x) = x^3$, $t(x) = \frac{1}{1+x}$, $x \neq -1$ e $f(x) = t(h(2x))$. O valor de $f^{-1}\left(\frac{1}{9}\right)$ é:

- a) -2
- b) -1
- c) 1 (X)
- d) 2
- e) 3

16) (EsPCEX) – O gráfico abaixo representa uma função definida em $\mathbb{R}$ por $y = f(x)$. O valor de $f(f(-4)) + f(-3)$ é igual a:



- a) -2
- b) -1
- c) 0
- d) 1
- e) 2 (X)

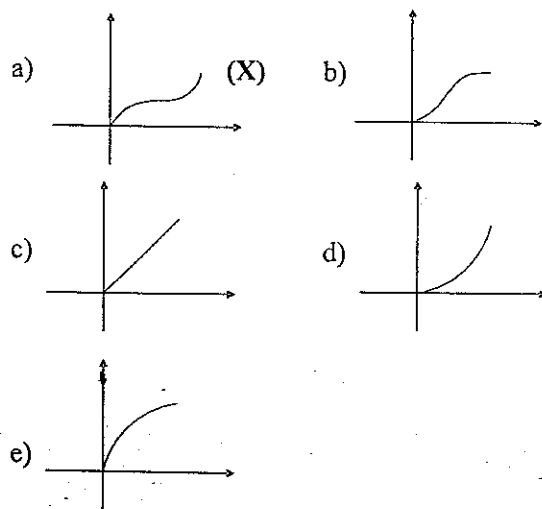
17) (EN) – O conjunto-imagem da função $f(x) = \sqrt{16-x^2} + \sqrt{x^2-16}$ é:

- a) $[-4, 4]$
- b) $(-\infty, -4] \cup [4, \infty)$
- c) $\{0\}$ (X)
- d) $\{-4, 4\}$
- e) $[0, \infty)$

- 18) (EsPCEX) – Considere a função real $f(x) = \sqrt{1-x}$. Dentre as proposições abaixo:

- I) o maior valor de $f(x)$ é 1.
 - II) se $f(p)$ existe, então o maior valor de p é 1.
 - III) se $f(x)$ é igual a $\frac{1}{3}$, então x é igual a $\frac{8}{9}$.
 - IV) O gráfico de $f(x)$ intercepta o eixo das ordenadas no ponto $(0, 1)$.
- É possível afirmar que são verdadeiras apenas as proposições:
- a) I e II
 - b) II e III
 - c) I e III
 - d) III e IV
 - e) II, III e IV (X)

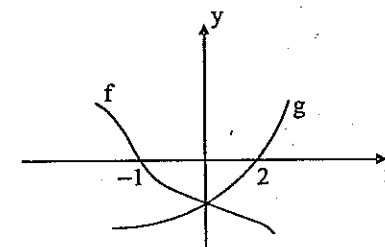
- 19) (EN) – Um reservatório tem a forma de uma esfera com uma pequena abertura na parte de cima. Enche-se o reservatório por intermédio de uma torneira de vazão constante. O gráfico que melhor representa a altura da água no reservatório em função do tempo é:



- 20) (EsPCEX) – Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função tal que $-2 \leq f(x) < 5$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $g(x) = 1 - f(x)$. Então o conjunto imagem da função $g(x)$ é:

- a) $] -4, 3]$ (X)
- b) $[-4, 3]$
- c) $] -4, 3 [$
- d) $[-3, 4 [$
- e) $] -3, 4]$

- 21) (EsPCEX) – Os gráficos representam duas funções reais “f” e “g”, cujas únicas raízes são -1 e 2 , respectivamente:



O conjunto de todos os números reais tais que $f(x) \cdot g(x) < 0$ é dado por:

- a) $x > 0$ ou $x < -1$
- b) $-1 < x < 0$
- c) $0 < x < 2$
- d) $-1 < x < 2$
- e) $x < -1$ ou $x > 2$ (X)

- 22) (CN – 2º ano) – Sejam f e g funções reais de variável real, tais que $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$ e $g(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+2}}$. Sejam ainda A e B os respectivos

domínios de f e g , tais que quaisquer outros conjuntos, X e Y que pudessem definir, respectivamente, um domínio para essas leis de formação de f e g , $X \subset A$ e $Y \subset B$. É possível afirmar que:

- a) $A \subset B$ e $B \subset A$
- b) $A \subset B$ e $B \not\subset A$
- c) $A \not\subset B$ e $B \subset A$ (X)
- d) $A \not\subset B$ e $B \not\subset A$ e $A \cap B = \emptyset$
- e) $A \not\subset B$ e $B \not\subset A$ e $A \cap B \neq \emptyset$

- 23) (EsPCEx) – Na função $f(x) = 3x - 2$, sabemos que $f(a) = b - 2$ e $f(b) = 2b + a$. O valor de $f(f(a))$ é:

a) 2
b) 1 (X)
c) 0
d) -1
e) -2

- 24) (ITA) – Dadas as funções reais de variável $f(x) = mx + 1$ e $g(x) = x + m$, onde m é uma constante real com $0 < m < 1$, considere as afirmações:

I) $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$, para algum $x \in \mathbb{R}$.

II) $f(m) = g(m)$.

III) Existe $a \in \mathbb{R}$, tal que $(f \circ g)(a) = f(a)$.

IV) Existe $b \in \mathbb{R}$, tal que $(g \circ f)(b) = mb$.

V) $0 < (g \circ g)(m) < 3$.

Podemos concluir que:

a) Todas são verdadeiras.
b) Apenas quatro são verdadeiras.
c) Apenas três são verdadeiras.
d) Apenas duas são verdadeiras.
e) Apenas uma é verdadeira. (X)

- 25) (ITA) – Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função não nula, ímpar e periódica de período p . Considere as seguintes afirmações:

I) $f(p) \neq 0$

II) $f(-x) = -f(x + p)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

III) $f(-x) = f(x - p)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

IV) $f(x) = -f(-x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

Podemos concluir que:

a) I e II são falsas.
b) I e III são falsas. (X)
c) II e III são falsas.

d) I e IV são falsas.

e) II e IV são falsas.

- 26) (IME) – Sejam as funções $g(x)$ e $h(x)$ assim definidas: $g(x) = 3x - 4$ e $h(x) = f(g(x)) = 9x^2 - 6x + 1$.

Determine a função $f(x)$ e faça seu gráfico. $f(x) = x^2 + 6x + 9$

- 27) (EN) – Sejam f, g, h funções reais de variável real não nula, definidas, respectivamente, por $f(x) = x^2$, $g(x) = 1 + \frac{1}{x}$ e $h(x) = g\left[f\left(\frac{1}{x}\right)\right]$ para todo $x \in \mathbb{R}^*$. Então, para todo $x \in \mathbb{R}^*$, $h(x)$ é:

a) $(1 + x)^2$

b) $[g(x)]^2$

c) $1 + f(x)$ (X)

d) $\frac{1}{f(x)}$

e) $\frac{1 + f(x)}{f(x)}$

- 28) (EPCAR) – A inversa da função $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$ é:

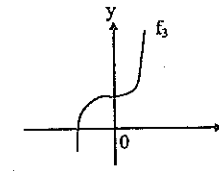
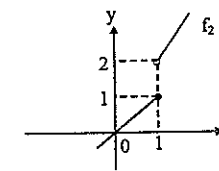
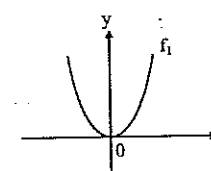
a) $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{x+3}$

b) $f^{-1}(x) = \frac{x+3}{x-1}$ (X)

c) $f^{-1}(x) = \frac{3-x}{x+1}$

d) $f^{-1}(x) = \frac{3-x}{1-x}$

- 29) (EPCAR) – Sejam as funções f_1, f_2, f_3 abaixo representadas:



Considere as afirmações:

I) f_1 admite inversa

II) f_2 é uma função crescente

III) f_3 é sobrejetora

Associe a cada uma delas o valor verdade V se for verdadeiro, e F caso seja falso. Nessa ordem, tem-se:

- a) V, V, F
- b) V, F, V
- c) F, V, V (X)
- d) F, F, V

- 30) (CN - 2º ano) - Seja "f" uma função satisfazendo as seguintes condições $\begin{cases} f(2)=1 \\ f(x \cdot y) = f(x) + f(y) \end{cases}$, nestas condições $f(16)$ vale:

- a) 0
- b) 2
- c) 3
- d) 4 (X)
- e) 6

- 31) (EsPCEX) - A temperatura T de aquecimento de um forno, em °C, varia com o tempo t, em minutos, segundo a função abaixo:

$$T(t) = \begin{cases} 20 + 28t, & \text{se } t \leq 10 \\ t^2 + 5t + 150, & \text{se } t > 10 \end{cases}$$

O tempo necessário para que a temperatura do forno passe de 160°C para 564°C é:

- a) 5 minutos
- b) 12 minutos
- c) 13 minutos (X)
- d) 18 minutos
- e) 23 minutos

- 32) (CN - 2ª ano) - Seja "f" uma função real de variável real, tal que $f(x^2+1) = x^4 + 5x^2 + 8$. Logo, é possível afirmar que $f(-1)$ é:

- a) inexistente
- b) igual a 2 (X)
- c) igual a 3
- d) igual a 4
- e) igual a 14

- 33) (EsPCEX) - Considere as funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x + 1$ e $g(x) = 2x^2 - 3$.

O conjunto dos valores de x tais que $(f \circ g)(x) = f^{-1}(x)$ está contido em:

- a) $[-2, 0]$
- b) $[-1, 2]$ (X)
- c) $[-10, -2]$
- d) $[1, 10]$

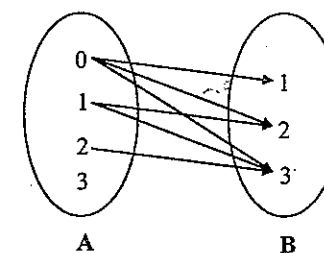
- 34) (EsPCEX) - Sejam $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, funções sobrejetoras tais que:

- i) $f(x) > 0$, se e somente se, $x \geq 3$ ou $x \leq -2$
- ii) $g(x) > 0$, se e somente se, $1 \leq x \leq 5$

Nessas condições, $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$, somente se:

- a) $x \leq -2$ ou $1 \leq x < 3$ ou $x > 5$
- b) $x \leq -2$ ou $3 < x \leq 5$
- c) $x < -2$ ou $x > 5$ ou $1 < x < 3$ (X)
- d) $-2 \leq x < 3$ ou $x \geq 5$

- 35) (EsPCEX) - O diagrama ao lado representa:



- a) Uma relação de A em B cuja inversa é uma função de B em A. (X)
- b) um sub-conjunto de $A \times B$.
- c) uma função de domínio A e imagem B.
- d) uma função de A em B que associa ao elemento do domínio um elemento da imagem maior que esse elemento.

- 36) (EsPCEEx) – As funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ são definidas por $f(x) = 2x + 3$ e $g(x) = 3x + m$. Se $f(g(x)) = g(f(x))$, então $f(m)$ vale:
- 3
 - 6
 - 9
 - 12
 - 15 (X)

- 37) (EsPCEEx) – Sejam os conjuntos $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{1}{2} \right\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -1\}$ e as funções f de A em $\mathbb{R}_+$ definidas por $f(x) = 2x - 1$; g de $\mathbb{R}_+$ em $\mathbb{R}_+$, definida por $g(x) = x^2$ e h de $\mathbb{R}_+$ em B , definida por $h(x) = 4x - 1$. É possível, então, afirmar que a função inversa de $h \circ (g \circ f)$ é definida por:

- $\frac{2 - \sqrt{x+1}}{4}$
- $16x^2 - 16x + 3$
- $\frac{2 + \sqrt{x+1}}{4}$
- $\frac{2 \pm \sqrt{x+1}}{4}$ (X)

- 38) (EsFAO) – Sejam as funções $R = \left\{ (x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Q} \mid y = \frac{2x+1}{x-3} \right\}$ e $S = \left\{ (x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{Z} \mid y = x^2 - 1 \right\}$, então SoR é:

- $\frac{3x^2 + 10x - 8}{x^2 - 6x + 9}$ (X)
- $\frac{x-3}{2x+1}$
- $\frac{x^2 - 1}{x-3}$
- $\frac{x^2 + 8x - 10}{x^2 - 9x + 6}$
- $\frac{x^2 - 6x + 9}{3x^2 + 10x - 8}$

- 39) (EsPCEEx) – Se f é uma função real, tal que:

- $f(a+b) = f(a) \cdot f(b)$;
 - $f(1) = 2$;
 - $f(\sqrt{2}) = 4$, então é possível afirmar que $f(3 + \sqrt{2})$ vale:
- $3\sqrt{2}$
 - 8
 - 16
 - 32 (X)

- 40) (CFO) – Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} -1; & \text{se } x \in \mathbb{Q} \text{ e } |x| < 1 \\ 2; & \text{se } x \in \mathbb{Q} \text{ e } |x| \geq 1 \\ 1; & \text{se } x \in (\mathbb{R} - \mathbb{Q}) \end{cases}$ sendo $\mathbb{Q}$ o conjunto dos números racionais.

O valor de $f(-1/2) - 2f(\sqrt{2}/2) + f(3/2) + f(\sqrt{3})$ é:

- 0 (X)
- 1
- 2
- 4
- 6

- 41) (ITA) – Considere os conjuntos $S = \{0, 2, 4, 6\}$, $T = \{1, 3, 5\}$ e $U = \{0, 1\}$ e as afirmações:

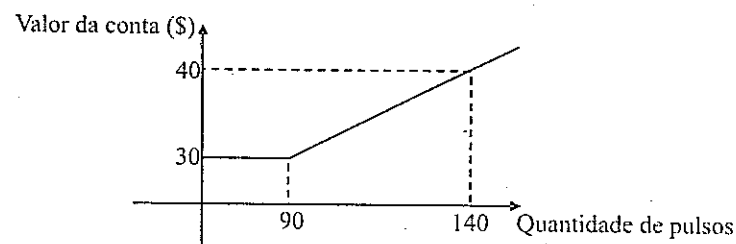
- $\{0\} \in S$ e $S \cap U \neq \emptyset$
 - $\{2\} \subset S/U$ e $S \cap T \cap U = \{0, 1\}$
 - Existe uma função $f: S \rightarrow T$ injetiva
 - Nenhuma função $g: T \rightarrow S$ é sobrejetiva
- Então, é(são) verdadeira(s)

- apenas I.
- apenas IV. (X)
- apenas I e IV.
- apenas II e III.
- apenas III e IV.

42) (EN) – Temos $\frac{1}{x} < 2$ se e somente se:

- a) $x > \frac{1}{2}$ d) $x < 0$ ou $x > \frac{1}{2}$ (X)
 b) $x < \frac{1}{2}$ e) $x < 0$
 c) $0 < x < \frac{1}{2}$

43) (EsPCEx) – O gráfico abaixo fornece a relação entre o custo das ligações telefônicas locais de um assinante e o número de pulsos utilizados pelo mesmo.



Considerando-se que:

- I) Em Maio/98 o assinante utilizou 100 pulsos.
 II) Em Junho/98 o valor de sua conta telefônica foi o dobro do valor de Maio/98.
 III) Só foram realizadas ligações locais à mesma tarifa.
 É possível afirmar que o número de pulsos utilizados por esse assinante em Junho/98 foi:

- a) 180
 b) 260
 c) 270 (X)
 d) 280
 e) 300

44) (EsPCEx) – Sabendo que a função $y = ax + b$, é possível afirmar que:

- a) O gráfico da função passa sempre pela origem.
 b) O gráfico da função corta sempre o eixo das ordenadas. (X)
 c) O zero da função é $\frac{b}{a}$.
 d) A função é crescente para $a < 0$.
 e) O gráfico nunca passa pela origem.

45) (EN) – Considere os conjuntos $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{2x-3}{5x-2} \geq 0 \right\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5x + 4 < 0\}$. O conjunto solução $A \cap B$ é:

- a) $\left[\frac{3}{2}, 4 \right]$ (X)
 b) $\left] \frac{3}{2}, 4 \right]$
 c) $\left] 1, \frac{3}{2} \right]$
 d) $]1, 4]$
 e) $\left] -\infty, \frac{2}{5} \right[\cup]4, +\infty[$

46) (EPCAR) – Determine os valores de x para os quais $\frac{2x}{x+2} > 2$

- a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\}$ (X)
 b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2\}$
 c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2\}$
 d) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 2\}$

47) (AFA) – O valor de uma máquina decresce linearmente com o tempo, devido ao desgaste. Sabendo-se que hoje ela vale 10.000 dólares, e daqui a 5 anos 1.000 dólares, o seu valor em dólares, daqui a 3 anos, será:

- a) 3600
 b) 4200
 c) 4600 (X)
 d) 5000

- 48) (AFA) – A função linear f , dada por $f(x) = ax + b$, satisfaz a condição $f(5x + 2) = 5f(x) + 2$. Então:
- a) $a = 2b$
 - b) $a = b + 2$
 - c) $a = 2b + 1$ (X)
 - d) $a = 2(b + 1)$
- 49) (EsPCEEx) A fim de incentivar o gosto pela corrida, a Seção de Treinamento Físico Militar da Escola Preparatória de Cadetes do Exército criou prêmios com base em uma pontuação mensal que estabelece:
- 3 pontos para cada 3000m corridos (até 45000m corridos);
 - após 45000m, cada 3000m corridos vale 5 pontos.
- Se em um mês um determinado aluno fez 100 pontos, então, nesse mês, ele correu
- a) 96km
 - b) 86km
 - c) 80km
 - d) 78km (X)
 - e) 76km

3

Função do 2º Grau

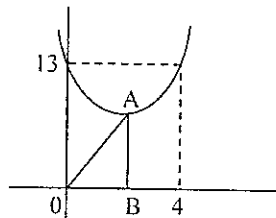
- 1) (EsPCEEx) – Um fabricante pode produzir sapatos ao custo de R\$ 200,00 o par. Estima-se que, se cada par for vendido por x reais, o fabricante venderá por mês $800 - x$, ($0 \leq x \leq 800$), pares de sapatos. Assim, o lucro mensal do fabricante é uma função do preço de venda. O lucro mensal máximo, em reais, é:
- a) 60.000
 - b) 70.000
 - c) 80.000
 - d) 90.000 (X)
- 2) (EN) – Na confecção da raia de tiro para navios da Marinha, verificou-se que o alvo ideal seria um retângulo. As dimensões de um retângulo de área máxima com base no eixo x e vértices superiores sobre a parábola $y = 12 - x^2$ pertencem ao intervalo:
- a) $[2, 5]$
 - b) $[0, 3]$
 - c) $[3, 7]$
 - d) $[4, 9]$ (X)
 - e) $[0, 6]$

- 3) (EsPCEEx) – Um fio de comprimento L é cortado em dois pedaços, um dos quais formará um quadrado e o outro, um triângulo equilátero. Para que a soma das áreas do quadrado e do triângulo seja mínima, o fio deve ser cortado de forma que o comprimento do lado do triângulo seja igual a:

- a) $\frac{3L}{7}$
 b) $\frac{L(9-4\sqrt{3})}{11}$ (X)
 c) $\frac{\sqrt{3}L}{9+4\sqrt{3}}$
 d) $\frac{3L}{2}$
 e) $\frac{\sqrt{3}L}{3}$

- 4) (EsPCEEx) – A figura representa uma parábola de vértices em A é um triângulo retângulo em B. Sabendo que $\overline{OA} = \sqrt{85}$, podemos afirmar que essa parábola passa pelo ponto:

- a) (5, 17)
 b) (-1, 18) (X)
 c) (1, 9)
 d) (-2, 24)
 e) (2, 12)



- 5) (EsPCEEx) – A solução da inequação $\frac{x^2 - 2x}{-x^2 + 2x + 3} \geq 0$ é:

- a) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2 \text{ ou } x > 3\}$
 b) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 0 \text{ ou } 2 \leq x < 3\}$ (X)
 c) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 0 \text{ ou } 2 \leq x \leq 3\}$
 d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ ou } 0 \leq x \leq 2 \text{ ou } x > 3\}$
 e) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 0 \text{ ou } 2 < x \leq 3\}$

- 6) (EsPCEEx) – Se na equação $2x^2 + mx - 1 = 0$, onde m é real, a soma das raízes é igual ao produto delas, então o conjunto-solução da equação é:

- a) $\left\{3, \frac{3}{2}\right\}$
 b) $\left\{-3, \frac{3}{4}\right\}$
 c) $\left\{-2, \frac{2}{3}\right\}$
 d) $\left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$ (X)

- 7) (AFA) – A expressão do polinômio $P(x)$ do 2º grau, de raiz nula, tal que $P(x) - P(x-1) = x$ para todo x real é:

- a) $x^2 + x$
 b) $x^2 - x$
 c) $\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2}$ (X)
 d) $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2}$
 e) n.d.a.

- 8) (AMAN) – Uma condição necessária e suficiente para que o número

real x satisfaça a inequação $\frac{x^2 - 9}{x^2 - 16} < 0$ é:

- a) $x < -3$
 b) $-3 < x < 4$
 c) $-4 < x < -3$ ou $3 < x < 4$ (X)
 d) que x seja um número real qualquer
 e) $x \in \mathbb{Z}$

- 9) (AFA) – Para que o valor mínimo da função $y = x^2 - 4x + k$ seja igual a -1 , o valor de k é:

- a) 1 b) 2 c) 3(X) d) 4

10) (AFA) – A solução da inequação $\frac{x^2 + x + 3}{x + 1} \leq 3$ é dada pelo conjunto:

- a) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\}$
- b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1 \text{ ou } 0 < x \leq 2\}$
- c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -1 \text{ ou } 0 \leq x \leq 2\}$
- d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ ou } 0 \leq x \leq 2\}$ (X)

11) (EsPCEEx) – Seja a função real $f(x) = (m^2 - 4)x^2 - (m + 2)x + 1$.

Das afirmações abaixo:

- I) f é função afim para $m = 2$
- II) f é função constante para $m = -2$
- III) f é função quadrática para $m \neq 2$ e $m \neq -2$
- IV) f tem uma raiz igual a -1 para $m = 3$

Estão corretas apenas as afirmações:

- a) I, II e IV
- b) I e III
- c) II, III e IV
- d) III e IV
- e) I, II, III (X)

12) (EsPCEEx) – O domínio da função $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - x - 6}{3x - 6}}$ é:

- a) $[-2, 2[\cup [3, +\infty]$ (X)
- b) $[-2, 0] \cup]2, 3]$
- c) $[0, 2[\cup [3, +\infty[$
- d) $] -\infty, -2] \cup]2, 3]$
- e) $] -\infty, 0] \cup]2, 3]$

13) (EN) – Considere os conjuntos $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{2x-3}{5x-2} \geq 0 \right\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5x + 4 < 0\}$. O conjunto-solução $A \cap B$ é:

- a) $\left[\frac{3}{2}, 4 \right[$ (X)
- b) $\left] \frac{3}{2}, 4 \right]$

c) $\left] 1, \frac{3}{2} \right]$

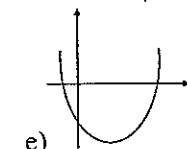
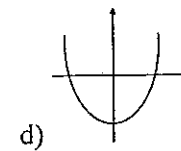
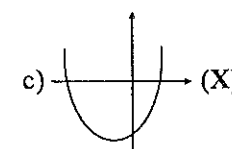
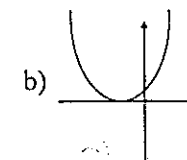
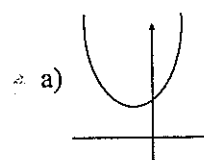
d) $]1, 4]$

e) $\left] -\infty, \frac{2}{5} \right] \cup]4, +\infty]$

14) (EsPCEEx) – Considere o trinômio do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$, cujos zeros são 2 e -3 . Se $f(1) = -12$, então o valor de $f(3)$ é:

- a) -36
- b) -6
- c) 12
- d) 18 (X)
- e) 20

15) (EsPCEEx) – Dada a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 + ax - b$, onde $\{a, b\} \subset \mathbb{R}_+^*$, é possível concluir que o gráfico que mais se assemelha ao de $f(x)$ é:



16) (EsPCEEx) – Um número real x é solução da inequação $-5 < x^2 - 3 < 1$ se, e somente se:

- a) $x < -5$
- b) $x > 1$
- c) $x \neq 2$
- d) $0 < x < 1$
- e) $-2 < x < 2$ (X)

- 17) (CN – 2º ano) – A produção total y de uma fábrica desde a sua inauguração, somada ano a ano, é dada por $y = 5x^2$, sendo x o número de anos de funcionamento. Sabendo-se que no último ano foram produzidas 405 unidades de seu produto, há quantos anos a fábrica vem produzindo?
- a) 9
b) 18
c) 30
d) 41 (X)
e) 82
- 18) (ITA) Sejam as funções f e g definidas em $\mathbb{R}$ por $f(x) = x^2 + \alpha x$ e $g(x) = -(x^2 + \beta x)$, em que α e β são números reais. Considere que estas funções são tais que

f		g	
Valor mínimo	Ponto de mínimo	Valor máximo	Ponto de máximo
-1	< 0	$\frac{9}{4}$	> 0

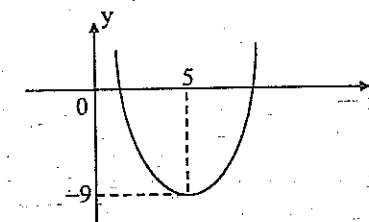
Então, a soma de todos os valores de x para os quais $(f \circ g)(x) = 0$ é igual a

- a) 0
b) 2
c) 4
d) 6 (X)
e) 8
- 19) (EN) – O conjunto-solução da inequação $\frac{x^4 - 1}{-x^4 + 3x^3 - 2x^2} \leq 0$ é:
- a) $(-\infty, -1] \cup (2, \infty)$ (X)
b) $(-\infty, -1] \cup (1, 2)$
c) $(-\infty, -1) \cup (0, 2)$
d) $(-\infty, -1) \cup (1, 2)$
e) $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$

- 20) (AFA) – A parábola $y = -x^2 + 8x - 15$ intercepta o eixo das abscissas nos pontos A e B. Seja C o vértice da parábola. A área do triângulo ABC, em unidades de área, é:
- a) 1 (X)
b) 2
c) $\sqrt{2}$
d) $\sqrt{3}$
- 21) (ITA) – Os dados experimentais da tabela abaixo correspondem às concentrações de uma substância química medida em intervalos de 1 segundo. Assumindo que a linha que passa pelos três pontos experimentais é uma parábola, tem-se que a concentração (em moles) após 2,5 segundos é:

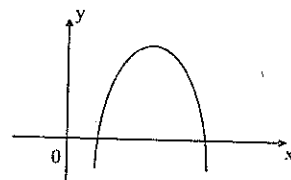
Tempos	Concentração Moles
1	3,00
2	5,00
3	1,00

- a) 3,60
b) 3,65
c) 3,70
d) 3,75 (X)
e) 3,80
- 22) (EPCAR) – O gráfico do trinômio do 2º grau $ax^2 - 10x + c$ é o da figura. É possível concluir que:
- a) $a = 1$ e $c = 16$ (X)
b) $a = 1$ e $c = 10$
c) $a = -1$ e $c = 10$
d) $a = -1$ e $c = 16$



- 23) (EPCAR) – A representação cartesiana da função $y = ax^2 + bx + c$ é a parábola abaixo. Tendo em vista esse gráfico, é possível afirmar que:

- a) $a < 0, \Delta > 0$ e $c > 0$
 b) $a > 0, \Delta > 0$ e $c > 0$
 c) $a < 0, \Delta > 0$ e $c > 0$ (X)
 d) $a < 0, \Delta > 0$ e $c < 0$



- 24) (EsPCEEx) – O conjunto solução da inequação $\frac{2x^2 + 3x - 2}{2 - 3x} \leq 0$ está contido em:

- a) $]-\infty, \frac{2}{3}[$
 b) $] -2, +\infty[$
 c) $[\frac{1}{2}, +\infty[$
 d) $] -3, +\infty[$ (X)
 e) $] -\infty, -2]$

- 25) (EsPCEEx) – Um curral retangular será construído aproveitando-se um muro pré-existente no terreno, por medida de economia. Para cercar os outros três lados, serão utilizados 600 metros de tela de arame. Para que a área do curral seja a maior possível, a razão entre a sua menor e sua maior dimensão será:

- a) 0,25
 b) 0,50 (X)
 c) 0,75
 d) 1,00
 e) 1,25

- 26) (EsPCEEx) – O projétil disparado por um canhão, posicionado em um ponto de altitude igual a 200 metros, atinge um alvo localizado em um ponto de altitude igual a 1200 metros.

Considerando-se que:

- I) A trajetória descrita pelo projétil é dada pela equação $y = \frac{8}{3}x - \frac{4}{3}x^2$, com x e y em quilômetros, e referenciada a um sistema cartesiano com origem no canhão.
 II) O alvo é atingido quando o projétil encontra-se no ramo descendente da sua trajetória.

Nas condições acima descritas, é possível afirmar que a distância horizontal entre as posições do canhão e do alvo é:

- a) 0,5 km
 b) 1,0 km
 c) 1,5 km (X)
 d) 2,0 km
 e) 2,5 km

- 27) (EsPCEEx) – Se o conjunto-solução da inequação $\frac{x-1}{x^2+ax+b} \geq 0$ em $\mathbb{R}$ é $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 1 \text{ ou } x > 3\}$ então $a + b$ é igual a:

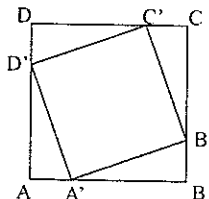
- a) 2
 b) -5 (X)
 c) 4
 d) -3

- 28) (EsPCEEx) – Considere as funções de domínio $\mathbb{R}$: $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ e $g(x) = 5k - k^2$, onde k é uma constante real. Os gráficos de f e g interceptam-se em um único ponto, se o módulo da diferença entre os valores de k for igual:

- a) 0
 b) 1
 c) 2
 d) 3 (X)
 e) 5

- 29) (CFO) – Em um quadrado ABCD de lado 10m inscreve-se um outro quadrado A'B'C'D' de modo que $AA' = BB' = CC' = DD' = x$. Para que a área do quadrado A'B'C'D' seja mínima, o valor de x, em metros, deve ser:

- a) 2
b) $\sqrt{5}$
c) $\sqrt{10}$
d) 4
e) 5 (X)



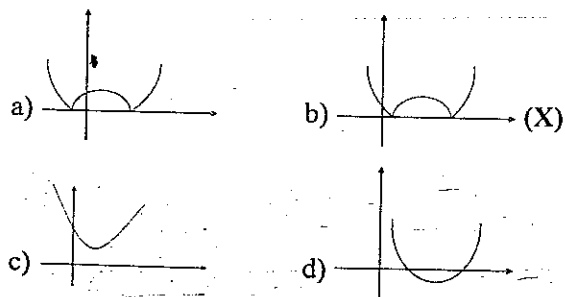
- 30) (EsPCEx) Em uma cabine de um estádio de futebol, um computador registra todos os lances de uma partida. Em um desses lances, Zaqueu cobrou uma falta, fazendo a bola descrever um arco de parábola contido em um plano vertical, parábola simétrica ao seu eixo, que também era vertical. A bola caiu no chão exatamente a 30m de Zaqueu. Durante o trajeto, a bola passou raspando a cabeça do juiz. O juiz, que não interferiu na trajetória da bola, tinha 1,76m de altura e estava ereto, a 8m de distância de onde saiu o chute. Desse modo, a altura máxima, em metros, atingida pela bola foi de
- a) 2,25m (X)
b) 4,13m
c) 6,37m
d) 9,21m
e) 15,92m

4

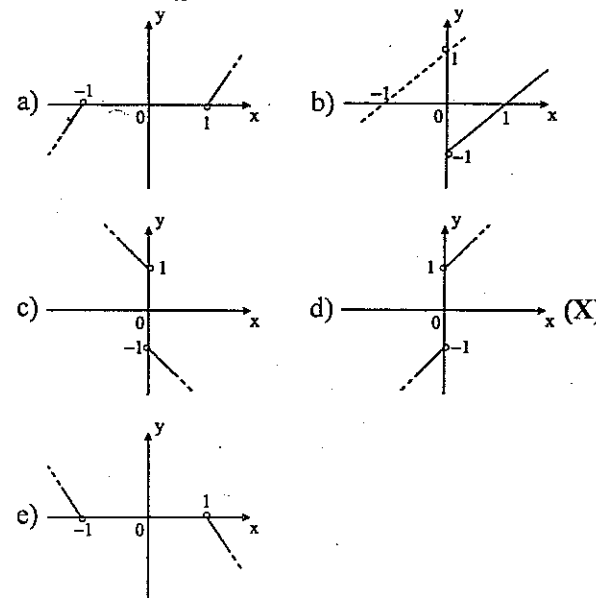
Função Modular

- 01) (EsPCEx) – Seja a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = \frac{|x+3|}{2}$ e k um número real. A soma dos valores de k para que $f(k) = k$ é:
- a) 2 (X)
b) 3
c) 4
d) 5
e) -2
- 02) (EsPCEx) – Se f é a função $f(x) = \frac{|x|}{x}$, então:
- a) $f(a) = 1, \forall a \in \mathbb{R}_+^*$
b) $f(a) = -1, \forall a \in \mathbb{R}^*$
c) $f(a) = 1, \forall a \in \mathbb{R}^*$
d) $f(a) = 1, \forall a \in \mathbb{R}_+^*$
e) $f(a) = -1, \forall a \in \mathbb{R}_-^*$ (X)

- 03) (EsPCEEx) – Se $f(x) = |x|$, $g(x) = x^2 + mx + m$, $m \in \mathbb{R}$, e $f(g(x)) = g(x)$, para todo x real, então os valores que a constante m pode assumir pertencem ao seguinte intervalo:
- $[1, 5]$
 - $[-1, 3]$
 - $[2, 6]$
 - $[-2, 2]$
 - $[0, 4]$ (X)
- 04) (EsPCEEx) – Sendo x um número real, $(1 + x)(1 - |x|) \geq 0$, se e somente se:
- $x \leq 1$ (X)
 - $|x| \leq 1$
 - $|x| \geq 1$
 - $x \leq -1$
- 05) (EsFAO) – O conjunto imagem da função real definida por $f(x) = |2 - |x + 1||$ é o intervalo real:
- $[0, 2]$
 - $[1, 2]$
 - $[0, +\infty[$ (X)
 - $[2, +\infty[$
 - $]-\infty, 2]$
- 06) (EsPCEEx) – O gráfico que melhor representa a função $f(x) = |x^2 - 5x + 4|$ é:



- 07) (AMAN) – Assinale o gráfico que melhor representa: $f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = x + \frac{|x|}{x}\}$



- 08) (EsPCEEx) – O conjunto-solução em $\mathbb{R}$ da equação $|2x^2 - 5| = x^2 - 4$ é:
- $\{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$
 - $\{-\sqrt{3}, -1, 1, \sqrt{3}\}$
 - $\{-1, 1\}$
 - $\emptyset$ (X)
- 09) (AMAN) – A função $y = \frac{2|x|}{x}$, quanto à continuidade, classifica-se como:
- contínua;
 - descontínua unilateralmente;
 - descontínua em $x = \infty$;
 - descontínua com salto finito; (X)
 - contínua apenas em $x = 2$.

- 10) (AMAN) – A amplitude do domínio da desigualdade $|2x + 4| \leq 8$ é igual a:
- 8 (X)
 - 6
 - 10
 - 12
 - 4
- 11) (EN) – O conjunto solução da inequação $3|x - 1| + x > |1 - x|$ é:
- $\left[\frac{2}{3}, \infty\right)$
 - $(-\infty, 2)$
 - $\left[\frac{2}{3}, 2\right)$
 - $\emptyset$
 - $(-\infty, +\infty)$ (X)
- 12) (EsFAO) – O conjunto solução de $2 < |x + 3| < 7$ é
- $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -10 \text{ ou } x > 4\}$
 - $\{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x < -1\}$
 - $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -10 \text{ ou } 5 < x < -1 \text{ ou } x > 4\}$
 - $\emptyset$
 - $\{x \in \mathbb{R} \mid -10 < x < -5 \text{ ou } -1 < x < 4\}$ (X)
- 13) (EsPCEX) – O conjunto solução da equação $|x - 3| = |x - 3|^2$, em $\mathbb{R}$:
- Possui somente 4 elementos
 - Possui somente 3 elementos (X)
 - Possui somente 2 elementos
 - Possui somente 1 elemento
 - É vazio

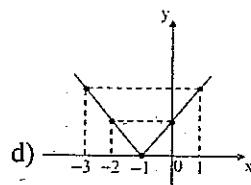
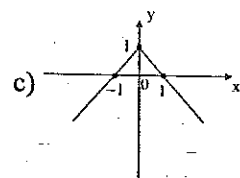
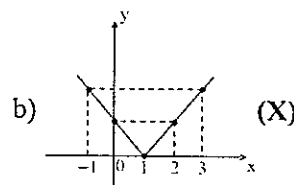
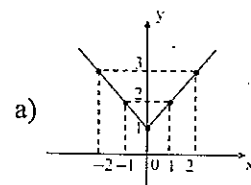
- 14) (EsPCEX) – O conjunto solução da inequação $|x^2 + x + 1| \leq |x^2 + 2x - 3|$ é:
- $\left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{-1}{2} \leq x \leq 2 \text{ ou } x \geq 4\right\}$
 - $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \text{ ou } x \geq 4\right\}$ (X)
 - $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{-1}{2} \text{ ou } 2 \leq x \leq 4\right\}$
 - $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2 \text{ ou } \frac{1}{2} \leq x \leq 4\right\}$
 - $\left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{-1}{2} \leq x \leq 4\right\}$
- 15) (EsPCEX) – Sejam o conjunto $A = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid |x| \leq 5\}$ e a função $f: A \rightarrow \mathbb{Z}$, definida por $f(x) = x^2$. Se B é o conjunto imagem da função $f(x)$, o número de elementos do conjunto $B \cup A$ é:
- 16
 - 15
 - 14
 - 13 (X)
 - 12
- 16) (EN) – O conjunto solução de $\left|\frac{2x+1}{x-3}\right| > 3$ é:
- $(8/5, 3) \cup (3, \infty)$
 - $(3, 10) \cup (10, \infty)$
 - $(-\infty, 8/5) \cup (3, 10)$
 - $(8/5, 3) \cup (3, 10)$ (X)
 - $(8/5, 3) \cup (10, \infty)$

- 17) (EPCAR) – Analise as funções abaixo quanto à tipologia e assinale a opção correta:

I) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = x^2$
 II) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$, tal que $f(x) = x^2$
 III) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = x^3$
 IV) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = |x|$

- a) III é bijetora (X)
 b) I e III são injetoras
 c) II e IV são sobrejetoras
 d) Todas são bijetoras
- 18) (EPCAR) – Dados os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x - 5| < 3\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x - 4| \geq 1\}$, a soma dos elementos de $A \cap B$ é igual a:
- a) 19
 b) 21 (X)
 c) 23
 e) 25

- 19) (EPCAR) – Qual a representação gráfica de $y = |x - 1|$?



- 20) (EPCAR) – Seja a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} |x| + 3, & \text{se } |x| \leq 2 \\ |x - 3|, & \text{se } |x| > 2 \end{cases}$$

O valor de $f(f(f(\dots f(0)\dots)))$

- a) é 0.
 b) pôde ser 1.
 c) é 3.
 d) pode ser 3. (X)
- 21) (EsPCEEx) – A soma das raízes da equação $|2x^2 - 1| + x = 0$ é:
- a) 0
 b) $\frac{1}{2}$
 c) $-\frac{3}{2}$ (X)
 d) $-\frac{1}{2}$
- 22) (EsPCEEx) – O conjunto-imagem da função real definida por $f(x) = -1 + |x + 1| - 2|x| + |x - 1|$ é:
- a) $\{-1, 1\}$
 b) $[-1, 1]$ (X)
 c) $\{-1, 0, 1\}$
 d) $] -1, 1[$
- 23) (EsPCEEx) – A sentença $x \leq |x|$ é verdadeira se, e somente se,
- a) $x = 0$
 b) $x \in \mathbb{R}_+$
 c) $x \in \mathbb{R}_-$
 d) $x \in \mathbb{R}$ (X)

- 24) (EsPCEEx) – O conjunto-solução da inequação

$$|x-1| - |x| + |2x+3| > 2x+2 \text{ é:}$$

a) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{3}{2} < x < 1\}$

b) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -\frac{3}{2}\}$

c) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\}$ (X)

d) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -\frac{3}{2} \text{ ou } 0 < x < 1\}$

- 25) (EsPCEEx) – O domínio e o conjunto-imagem da função real definida por $f(x) = \frac{|x|}{x}$ são respectivamente:

a) $\mathbb{R}_+^* \text{ e }]-1, 1[$

b) $\mathbb{R}^* \text{ e } [-1, 1]$

c) $\mathbb{R}^* \text{ e } \{-1, 1\}$ (X)

d) $\mathbb{R}_+ \text{ e } \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

- 26) (EsPCEEx) – Seja a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = 2x + |x+1| - |2x-4|$. O valor de $f^{-1}(30)$ é:

a) 6

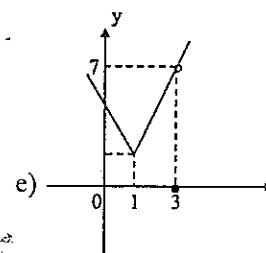
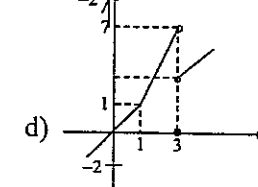
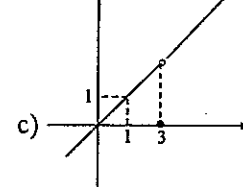
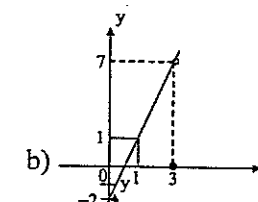
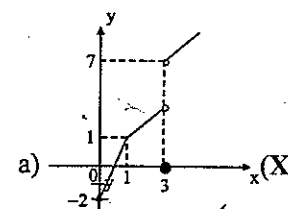
b) 20

c) 25 (X)

d) 35

e) 10

- 27) (EN) – O gráfico da função $f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2 - 4x + 3|}{x-3} + 2x - 1, & \text{se } x \neq 3 \\ 0, & \text{se } x = 3 \end{cases}$ é:



- 28) (ITA) Os valores de $x \in \mathbb{R}$, para os quais a função real dada por $f(x) = \sqrt{5 - \|2x - 1\| - 6}$ está definida, formam o conjunto.

a) $[0, 1]$.

b) $[-5, 6]$.

c) $[-5, 0] \cup [1, \infty)$.

d) $(-\infty, 0] \cup [1, 6]$.

e) $[-5, 0] \cup [1, 6]$. (X)

Função Exponencial

- 01) (EsPCEX) A soma e o produto das raízes da equação

$$9 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{x^2 - x - 9} = \frac{243}{125} \text{ são, respectivamente:}$$

- a) 1 e -12 (X)
- b) 7 e 12
- c) -2 e -8
- d) -1 e 12
- e) 7 e 10

- 02) (EsPCEX) – O domínio da função $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3^{-x-2} - \frac{1}{9}}}$ é:

- a) $\mathbb{R}_+^*$ (X)
- b) $\mathbb{R}_-$
- c) $\mathbb{R}_+$
- d) $\mathbb{R}_+^*$
- e) $\mathbb{R}$

- 03) (EsFAO) – O conjunto solução da equação exponencial real $7^x + 7^{x-1} = 8^x$ admite m elementos, então:
- m é maior que 3
 - $m = 3$
 - $m = 2$
 - $m = 1$ (X)
 - $m = 0$
- 04) (EsFAO) – Se $2^{x-1} = \frac{\sqrt{2} \sqrt[3]{2}}{8 \sqrt[4]{2}}$, então x é igual a:
- 3
 - 7/12
 - 43/12
 - 5/4
 - 19/12 (X)
- 05) (AFA) – O conjunto-solução da desigualdade: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4} \leq 8^{x+2}$ é:
- $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq -1\}$
 - $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 2\}$
 - $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2 \text{ ou } x \geq -1\}$ (X)
 - $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1 \text{ ou } x \geq 2\}$
 - n.r.a.
- 06) (AMAN) – O conjunto solução de $19^{(x^2+2x-3)} = 1$ é:
- (3; 4; 5)
 - (1; -3) (X)
 - (1; -2; 4)
 - (1; -2)
 - (-3; 4; -5)
- 07) (AMAN) – Uma solução para a equação $\left[\sqrt[3]{2^{(x+4)}}\right]^{(x-2)} = 1$ é dada pelo conjunto:
- $\{-2; 1\}$
 - $\{0; 2\}$
 - $\{-4; 2\}$ (X)
 - $\{-4; 1\}$
 - $\{0\}$

- 08) (EsFAO) – O valor real de x que resolve a equação $\frac{3^x + \frac{1}{3^x}}{3^x - \frac{1}{3^x}} = 2$ é tal que:
- $-1 \leq x \leq -1/4$
 - $-1/4 < x \leq 0$
 - $0 < x \leq 1/4$
 - $1/4 < x \leq 1/2$ (X)
 - $1/2 < x \leq 3/2$
- 09) (EsFAO) – Se m e n são números reais tais que $5^m = a$ e $5^n = b$, então $(0, 2)^{(2m-3n)}$ é igual a:
- $\frac{3b}{2a}$
 - $6ab$
 - b^3a^2
 - $\frac{b^3}{a^2}$ (X)
 - $\frac{3a}{2b}$
- 10) (AFA) – A solução da equação $3 \cdot 9^x + 7 \cdot 3^x - 10 = 0$ é:
- $-\frac{10}{3}$
 - 0 (X)
 - 1
 - 3
- 11) (AFA) – O triplo da solução da equação $\frac{4^{\frac{x}{2}}}{2} - \frac{2^{x-1}}{3} = \frac{4}{3}$ é igual a:
- 3
 - 6 (X)
 - 9
 - 12

- 12) (EsPCEX) – Se $f(x) = 5^x$, com $x \in \mathbb{R}$, o valor de $f(x+2) - f(x+1)$ é:
 a) $30 \cdot f(x)$
 b) $24 \cdot f(x)$
 c) $20 \cdot f(x)$ (X)
 d) $9 \cdot f(x)$
 e) $5 \cdot f(x)$
- 13) (EsPCEX) – A soma das raízes da equação $3^x + 3^{1-x} = 4$ é:
 a) 2
 b) -2
 c) 0
 d) -1
 e) 1 (X)
- 14) (EsPCEX) – A soma e o produto das raízes da equação $(2^{x+6})^{x^2-6x+5} = 1$, são respectivamente:
 a) -5 e 6
 b) 11 e 30
 c) 0 e -30 (X)
 d) 0 e -6
 e) -11 e 0
- 15) (ITA) – Um acidente de carro foi presenciado por $1/65$ da população de Votuporanga (SP). O número de pessoas que soube do acontecimento t horas após é dado por:

$$f(t) = \frac{B}{1 + Ce^{-kt}}$$

onde B é a população da cidade. Sabendo-se que $1/9$ da população soube do acidente 3 horas após, então o tempo que passou até que $1/5$ da população soubesse da notícia foi de:

- a) 4 horas (X)
 b) 5 horas
 c) 6 horas
 d) 5 horas e 24 minutos
 e) 5 horas e 30 minutos
- 16) (AFA) – O conjunto-solução da inequação $2^{2x+2} - (0,75) \cdot 2^{x+2} < 1$ é:
 a) $\emptyset$
 b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$
 c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\}$ (X)
 d) $\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{4} < x < 1\}$
- 17) (AFA) – O produto das raízes da equação $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x = 4$ pertence ao conjunto dos números:
 a) naturais e é primo
 b) inteiros e é múltiplo de 4 (X)
 c) complexos e é imaginário puro
 d) racionais positivos e é uma fração imprópria
- 18) (EN) – O domínio da função $y = \frac{-32x}{\sqrt{(1/3)^x - 243}}$ é:
 a) $(-\infty, -5)$ (X)
 b) $(-\infty, 5)$
 c) $(-5, \infty)$
 d) $(5, \infty)$
 e) $(-5, 5)$
- 19) (ITA) – Considere as funções $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $h: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, definidas por:

$$f(x) = 3^{x+\frac{1}{x}}, \quad g(x) = x^2, \quad h(x) = \frac{81}{x}$$

O conjunto dos valores de x em $\mathbb{R}^*$ tais que $(f \circ g)(x) = (h \circ f)(x)$, é subconjunto de:

- a) $[0, 3]$
- b) $[3, 7]$
- c) $[-6, 1]$ (X)
- d) $[-2, 2]$ e) n.d.a.

20) (EPCAR) – O valor de x que satisfaz a equação $\frac{1}{27} \cdot 9^x - \frac{8}{27} \cdot 3^x - \frac{1}{3} = 0$ é:

- a) -2
- b) 1
- c) 2 (X)
- d) 3

21) (EPCAR) – O conjunto solução da desigualdade $(1/2)^{x^2-2} < 1/4$ é:

- a) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 2\}$
- b) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 2\}$
- c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0 \text{ ou } x > 2\}$
- d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \text{ ou } x > 2\}$ (X)

22) (AFA) – A solução da inequação exponencial $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2+2} \geq \left(\frac{1}{125}\right)^x$ é:

- a) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1\}$
- b) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 2\}$ (X)
- c) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\}$
- d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1 \text{ ou } x \geq 2\}$

23) (CFO) – Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é tal que $f(x) = 2^{x^2} + 1$, o conjunto imagem de f é:

- a) $]0; +\infty[$
- b) $]1; +\infty[$
- c) $]2; +\infty[$
- d) $[1; +\infty[$
- e) $[2; +\infty[$ (X)

24) (EsPCEX) – O conjunto solução em $\mathbb{R}$ da inequação $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^x\right]^{\frac{1}{2}} \geq \frac{4}{9}$ é:

- a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq \frac{1}{2}\}$
- b) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 2\}$ (X)
- c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq \frac{4}{9}\}$
- d) $\{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 3\}$

25) (EsPCEX) – A raiz da equação $(7^x - 2\sqrt{10}) \cdot (7^x + 2\sqrt{10}) = 9$ é um número:

- a) irracional positivo
- b) inteiro negativo
- c) real negativo
- d) inteiro positivo (X)

26) (EsFAO) – Seja $\mathbb{R}$ o conjunto dos números reais e sejam $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidos como $f(x) = 2^x$ e $g(x) = x^3 - x$. Então:

- a) $f(x)$ é injetora e $g(x)$ é sobrejetora (X)
- b) $f(x)$ é sobrejetora e $g(x)$ é injetora
- c) ambas são injetoras
- d) ambas são sobrejetoras
- e) não são injetoras nem sobrejetoras.

27) (EsPCEX) – A solução da inequação $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{x^2} < \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{4x+5}$ é:

- a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ ou } x > 5\}$ (X)
- b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 5\}$
- c) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 5\}$
- d) $\{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x < 1\}$
- e) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -5 \text{ ou } x > 1\}$

- 28) (EsPCEX) – Sabendo que $\frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1$, as soluções da equação

$$(\sqrt{2}+1)^x + (\sqrt{2}-1)^x = \sqrt{2} \left[1 - (\sqrt{2}-1)^x \right] + 2, \text{ estão no inter-}$$

valo:

- a) $-1 < x \leq 0$
- b) $0 < x < 2$
- c) $-1 \leq x \leq 1$ (X)
- d) $1 \leq x \leq 2$
- e) $-2 \leq x \leq -1$

- 29) (ITA) Considere a função $f: \mathbb{Z} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$,
 $f(x) = \sqrt{3^{x-2}} (9^{2x+1})^{1/(2x)} - (3^{2x+5})^{1/x} + 1$. A soma de todos os valo-
 res de x para os quais a equação $y^2 + 2y + f(x) = 0$ tem raiz dupla

é:

- a) 0
- b) 1
- c) 2 (X)
- d) 4
- e) 6

- 30) (ITA) Seja α um número real, com $0 < \alpha < 1$. Assinale a alternativa que representa o conjunto de todos os valores de x tais que

$$\alpha^{2x} \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \right)^{2x^2} < 1.$$

- a) $] -\infty, 0] \cup [2, +\infty[$
- b) $] -\infty, 0] \cup [2, +\infty[$
- c) $] 0, 2[$ (X)
- d) $] -\infty, 0[$
- e) $] 2, +\infty[$

- 31) (ITA) Seja $S = [-2, 2]$ e considere as afirmações:

I) $\frac{1}{4} \leq \left(\frac{1}{2} \right)^x < 6$, para todo $x \in S$.

II) $\frac{1}{\sqrt{32-2^x}} < \frac{1}{\sqrt{32}}$, para todo $x \in S$.

III) $2^{2x} - 2^x \leq 0$, para todo $x \in S$.

Então, podemos dizer que

- a) apenas I é verdadeira. (X)
- b) apenas III é verdadeira.
- c) somente I e II são verdadeiras.
- d) apenas II é falsa.
- e) todas as afirmações são falsas.

- 32) (ITA) A soma das raízes reais positivas da equação $4^{x^2} - 5 \cdot 2^{x^2} + 4 = 0$ vale

- a) 2.
- b) 5.
- c) $\sqrt{2}$ (X)
- d) 1.
- e) $\sqrt{3}$

Função Logarítmica

01) (AFA) – O domínio da função $\log_2 \left[\log_{\frac{1}{4}} (x^2 - 2x + 1) \right]$ é:

- a) $\left] 0, \frac{1}{2} \right[\cup \left] \frac{3}{2}, 2 \right[$
- b) $] 2, 0[\cup \left] \frac{3}{2}, 2 \right[$
- c) $] -1, 0[\cup \left] \frac{3}{2}, +\infty \right[$
- d) $\left] -\infty, \frac{1}{2} \right[\cup \left] \frac{3}{2}, +\infty \right[$
- e) n.r.a. (X)

02) (AMAN) – Se $\log \sqrt{7x+3} + \log \sqrt{4x+5} = \frac{1}{2} + \log 3$, então o $\log x$ é igual a:

- a) 3,48
- b) 4,0
- c) 2,718...
- d) 0 (X)
- e) 1

03) (AMAN) – Sendo $y = e^{\log_e |x|}$ então, sua tangente em $x = 2$ tem por inclinação o ângulo θ igual a:

- a) $\pi/4$ rd (X)
- b) $\pi/3$ rd
- c) π rd
- d) $\pi/2$ rd
- e) 0 rd

04) (AMAN) – A equação $\sqrt[3]{e^{2x-1}} = \ell n e$ admite como solução:

- a) um número inteiro
- b) uma fração racional (X)
- c) um número complexo
- d) dois números inteiros
- e) um número irracional

05) (AMAN) – O valor de a para que a equação $2x^2 - 4x + \log_2 a = 0$ tenha raízes reais e iguais é:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4 (X)

06) (AFA) – Se $x > 1$ é a solução da equação: $\log_5 \sqrt{x-1} + \log_5 \sqrt{x+1} = \frac{1}{2} \log_5 3$, então x vale:

- a) 2 (X)
- b) 3
- c) 4
- d) 5
- e) n.r.a.

07) (AMAN) – Um número n é tal que $\log_m n = 2$, e $m + n = 4$. A solução do valor de n será encontrada ao resolvermos.

- a) $n^2 + 4n + 1 = 0$
- b) $n^2 - 9n + 16 = 0$ (X)
- c) $n^3 - n^2 + 4 = 0$
- d) $n = 5$
- e) $n - n^2 + 1 = 0$

08) (EsFAO) – Se $\log_2 3 = a$ e $\log_2 5 = b$, o valor de $\log_{\sqrt{2}} 135$ é:

- a) $\frac{a+b}{2}$
- b) $2(a+b)$
- c) $\frac{3a+b}{2}$
- d) $\frac{3a-b}{2}$
- e) $2(3a+b)$ (X)

09) (EsFAO) – O conjunto solução da inequação

$$\log_{4/3} \left[\log_{1/2} \left(2x - \frac{3}{2} \right) \right] \leq 0 \text{ é:}$$

- a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$
- b) $\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{3}{4} < x \leq 1\}$
- c) $\emptyset$
- d) $\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{3}{4} < x \leq \frac{5}{4}\}$
- e) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x < \frac{5}{4}\}$ (X)

10) (AFA) – A raiz da equação $\log(x-1) - \frac{\log(x+7)}{2} = \log 2$ é:

- a) -9
- b) -3
- c) 3
- d) 9 (X)

- 11) (AFA) – O logaritmo de um número em uma certa base é 3, e o logaritmo desse mesmo número em uma base igual ao dobro da anterior, é 2. Então, o número vale:
- a) 64 (X)
b) 65
c) 75
d) 76
- 12) (EN) – Seja x a solução da equação $\log_7 \sqrt{x+1} + \log_7 \sqrt{x-1} = \frac{1}{2} \log_7 3$. O valor de $z = \log_{2\sqrt{2}} \frac{1}{64} + \log_x 128$ é:
- a) 4
b) 3 (X)
c) 2
d) 1
e) 0
- 13) (EN) – O domínio da função real $f(x) = \frac{\sqrt{25-4x^2}}{\log(x-2)}$ é um subconjunto de:
- a) $\left(2, \frac{5}{2}\right]$ (X)
b) $\left[1, \frac{9}{4}\right]$
c) $[2, 3]$
d) $\left[\frac{5}{2}, 4\right]$
e) $\left[\frac{9}{4}, 3\right]$

- 14) (EN) – O produto das raízes positivas da equação: $x^{\log_5 x^2} = \frac{x^5}{125}$ é:
- a) $\sqrt{5}$
b) 5
c) $5\sqrt{5}$
d) 25
e) $25\sqrt{5}$ (X)
- 15) (EsPCEX) – Sabendo que $\log M + \log N = 0$, é possível afirmar que:
- a) M e N são nulos
b) M e N têm sinais contrários
c) M é o inverso de N (X)
d) M e N são números inteiros positivos
e) M e N não existem.
- 16) (ITA) – Sejam x e y números reais, positivos e ambos diferentes de 1, satisfazendo o sistema: $x^y = \frac{1}{y^2}$ e $\log x + \log y = \log \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \right)$. Então o conjunto (x, y) está contido no intervalo:
- a) $[2, 5]$
b) $]0, 4[$ (X)
c) $[-1, 2]$
d) $[4, 8[$
e) $[5, \infty[$
- 17) (ITA) – O conjunto solução da inequação $\log_x [(1-x)x] < \log_x [(1+x)x^2]$ é dado por:
- a) $1 < x < \frac{3}{2}$
b) $0 < x < 1$
c) $0 < x < \frac{\sqrt{2}-1}{2}$
d) $0 < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$
e) $0 < x < \sqrt{2}-1$ (X)

- 18) (EN) – Dada a função $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ podemos afirmar que:

a) $f(x+y) = f(x) + f(y)$

b) $f(xy) = f(x) + f(y)$

c) $f(x+y) = \frac{f(x)+f(y)}{x+y}$

d) $f(x+y) = f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right)$

e) $f(x) + f(y) = f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right)(X)$

- 19) (ITA) Sejam $a \in \mathbb{R}$, $a > 1$ e $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{a^x - a^{-x}}{2}$.
A função inversa de f é dada por:

a) $\log_a\left(x - \sqrt{x^2 - 1}\right)$, para $x > 1$.

b) $\log_a\left(-x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$, para $x \in \mathbb{R}$.

d) $\log_a\left(-x + \sqrt{x^2 - 1}\right)$, para $x < -1$.

c) $\log_a\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$, para $x \in \mathbb{R}$. (X)

e) n.d.a.

- 20) (ITA) – Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por: $f(x) = \begin{cases} e^x, & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 - 1, & \text{se } 0 < x < 1 \\ \ln x, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$.

Se D é um subconjunto não vazio de $\mathbb{R}$ tal que $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ é injetora, então:

a) $D = \mathbb{R}$ e $f(D) = [-1, +\infty[$

b) $D =]-\infty, 1] \cup]e, +\infty[$ e $f(D) =]-1, +\infty[$

c) $D = [0, +\infty[$ e $f(D) =]-1, +\infty[$

d) $D = [0, e]$ e $f(D) = [-1, 1]$

e) n.d.a. (X)

Notação: $f(D) = \{y \in \mathbb{R}: y = f(x), x \in D\}$ e $\ln x$ denota o logaritmo neperiano de x .

Observação: Esta questão pode ser resolvida graficamente.

- 21) (ITA) – O conjunto dos números reais que verificam a inequação $3 \log x + \log(2x+3)^3 \leq 3 \log 2$, é dado por:

a) $\{x \in \mathbb{R}: x > 0\}$

b) $\{x \in \mathbb{R}: 1 \leq x \leq 3\}$

c) $\{x \in \mathbb{R}: 0 < x \leq \frac{1}{2}\} (X)$

d) $\{x \in \mathbb{R}: \frac{1}{2} \leq x < 1\}$

e) n.d.a.

- 22) (EN) – Sendo $\log 2 = 0,30103$ e $\log 3 = 0,47712$, encontra-se para

$\log \sqrt[3]{\frac{32}{9}}$ o valor:

a) 0,81980

b) 1,65273

c) 0,18364 (X)

d) 0,55091

e) 0,14969

- 23) (EN) – O valor da expressão $\log_{0,125} \sqrt{2} + \log_{0,1} 0,001 + \log_3 \sqrt[5]{27}$ é:

a) $\frac{103}{30}$ (X)

b) $\frac{49}{15}$

c) $\frac{113}{30}$

d) $\frac{59}{15}$

e) $\frac{77}{30}$

24) (EN) – Se $x = 10^{\frac{1}{1-\log Z}}$ e $y = 10^{\frac{1}{1-\log x}}$, então:

- a) $Z = 10^{\frac{1}{\log x + \log y}}$
- b) $Z = 10^{\log y - \log x}$
- c) $Z = 10^{\frac{1}{\log y}}$
- d) $Z = 10^{\frac{1}{1-\log y}}$ (X)
- e) $Z = 10^{1+\log y}$

25) (AFA) – Quais as raízes reais da equação $2(1 + \log_x 10) =$

$$\left(\frac{1}{\log x^{-1}} \right)^2 ?$$

- a) $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{\sqrt{10}}$
- b) $\frac{1}{10}$ e $\sqrt{10}$ (X)
- c) 10 e $\frac{1}{\sqrt{10}}$
- d) 10 e $\sqrt{10}$

26) (AFA) – A soma das raízes da equação $e^{2\ln x} (\log 5) - 6x(\log 5) - (\log 32) = -5$, onde $e = 2,7$ é:

- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6 (X)

27) (EN) – Se $\log_a x = n$ e $\log_a y = 5n$, então $\log_a \sqrt[4]{x^3 y}$ é igual a:

- a) $\frac{n}{4}$
- b) $2n$ (X)
- c) $\frac{3n}{4}$
- d) $3n$
- e) $\frac{5n}{4}$

28) (EPCAR) – Analise as funções abaixo quanto ao crescimento ou decrescimento e indique a alternativa correta:

I) $f(x) = x^3$

II) $f(x) = |x|$

III) $f(x) = a^x$ sendo $0 < a < 1$

IV) $f(x) = \log_a x$ sendo $a > 1$

a) III é estritamente crescente

b) I, III e IV são estritamente crescentes

c) II, III e IV são estritamente decrescentes

d) II não é estritamente crescente nem estritamente decrescente (X)

29) (ITA) – Se x é um número real positivo, com $x \neq 1$ e $x \neq \frac{1}{3}$, satisfazendo:

$$\frac{2 + \log_3 x}{\log_{x+2} x} - \frac{\log_x (x+2)}{1 + \log_3 x} = \log_x (x+2)$$

então x pertence ao intervalo I, onde:

a) $I = \left(0, \frac{1}{9} \right)$

b) $I = \left(0, \frac{1}{3} \right)$ (X)

c) $I = \left(\frac{1}{2}, 1 \right)$

d) $I = \left(1, \frac{3}{2} \right)$

e) $I = \left(\frac{3}{2}, 2 \right)$

30) (ITA) – O domínio da função $f(x) = \log_{2x^2-3x+1} (3x^2-5x+2)$ é:

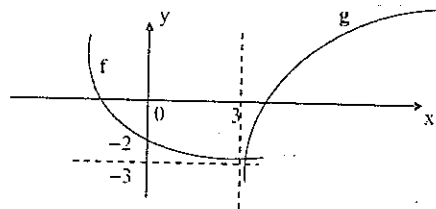
a) $(-\infty, 0) \cup (0, \frac{1}{2}) \cup (1, \frac{3}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$ (X)

b) $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (1, \frac{5}{2}) \cup (\frac{5}{2}, +\infty)$

c) $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \frac{3}{2}) \cup (1, \frac{3}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$

- d) $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$
e) n.d.a.

- 31) (EPCAR) – Considere as funções f e g definidas por $f(x) = \log_7(x^2 + 1)$ e $g(x) = 7^x$. O valor de $g(f(-2))$ é:
a) 1
b) 3
c) 5 (X)
d) 7
- 32) (EPCAR) – Se $\log a + \log b = p$, então o valor de $\log \frac{1}{a} + \log \frac{1}{b}$ é igual a:
a) $-p$ (X)
b) $1/p$
c) $1 - p$
d) $1 + p$
- 33) (EPCAR) – Sejam as funções reais $f(x) = a^x - k$ e $g(x) = \log_b(x - 3)$ representadas por:



Assinale a alternativa correta:

- a) $b > 1$ e $k = -3$
b) $0 < a < 1$ e $k = 3$ (X)
c) $a > 1$ e $k = -3$
d) $0 < b < 1$ e $k = 3$

- 34) (EsPCEX) – Em um certo mês, dois jornais circularam com 50.000 e 300.000 exemplares diários, respectivamente. A partir de então, a circulação do primeiro cresce 8,8% a cada mês e a do segundo decresce 15% cada mês. Nessas condições, o número mínimo de meses necessários para que a circulação do primeiro jornal supere a do segundo é de:
(use, se necessário, $\log 2 = 0,30$; $\log 3 = 0,47$; $\log 5 = 0,7$)
a) 5
b) 6
c) 7 (X)
d) 8
e) 9
- 35) (EsPCEX) – Considerando $\log_m 10 = 1,4$ e $\log_m 50 = 2,4$, é possível afirmar, com base nesses dados, que o valor do logaritmo decimal de 5 é:
a) $\frac{3}{7}$
b) $\frac{1}{2}$
c) $\frac{5}{7}$ (X)
d) $\frac{7}{3}$
e) $\frac{7}{5}$
- 36) (EsPCEX) – O conjunto solução de $\log_2(x - 3) + \log_2(x - 2) \leq 1$ é:
a) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x \leq 4\}$ (X)
b) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \leq 3\}$
c) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 < x \leq 5\}$
d) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1 \text{ ou } x > 4\}$
e) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 4\}$

37) (EsPCEEx) – Considerando que:

i) o nível de álcool N no sangue de uma pessoa decresce de acordo com a função $N(t) = N_0 (0,5)^t$, onde N_0 é o nível de álcool inicial e t é medido em horas.

ii) o nível máximo permitido para que uma pessoa possa dirigir com segurança é de 0,8 gramas por litro.

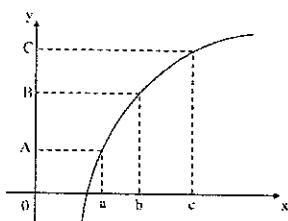
Constatando-se que um motorista apresenta nível alcoólico inicial de 2 gramas por litro, o tempo que ele deverá esperar para voltar a dirigir com segurança, a partir dessa constatação, é de:

(use, se necessário, $\log 2 = 0,30$; $\log 3 = 0,47$; $\log 5 = 0,7$)

- a) 0h 15min
- b) 0h 44min
- c) 1h 20min (X)
- d) 1h 20min
- e) 1h 45min

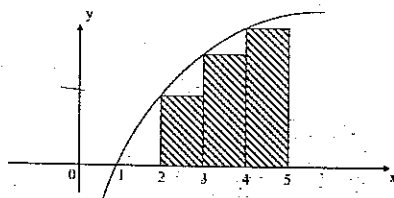
38) (EsPCEEx) – A figura ao lado representa o gráfico de $y = \log_{10} x$. Se $OA = BC$, então podemos afirmar que:

- a) $\log_a b = c$
- b) $a + b = c$
- c) $a^c = b$
- d) $a^b = c$
- e) $\log_a c = 1 + \log_a b$ (X)



39) (EsPCEEx) – Considerando o gráfico abaixo, onde:

- I) A curva é a representação da função $y = \log x$, para $x \geq 1$.
- II) Os retângulos sombreados têm um dos vértices sobre a curva.



Nas condições apresentadas acima, a área da região sombreada é:

- a) $\log 24$ (X)
- b) $\log 18$
- c) $\log 12$
- d) $\log 9$
- e) $\log 6$

40) (CN – 2º ano) – Sabendo que o logaritmo de n na base $m > 1$ é x e que o logaritmo de $n + 1$ na base m é y , o logaritmo de N ($n < N < n + 1$) na base m , calculado por interpolação, vale:

- a) $x - (y - x)(N - n)$
- b) $x - \frac{1}{2}(y + x)(N - n)$
- c) $x + (y - x)(N - n)$ (X)
- d) $x + \frac{1}{2}(y + x)(N - n)$
- e) $x + \frac{1}{4}(y + x)(N + n)$

41) (AFA) – Sendo $\log 3 (\sqrt{7} - 2) = K$. O valor de $\log 3 (\sqrt{7} + 2)$ é:

- a) $1 - K$ (X)
- b) $1 + K$
- c) $2 - K$
- d) $2 + K$

42) (AFA) – Se x é variável real, então o campo de definição da função

$$f(x) = \sqrt{\log \left(\frac{x+1}{x^2+1} \right)}$$
 é o conjunto:

- a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 1\}$
- b) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1\}$
- c) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 1\}$
- d) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1\}$ (X)

- 43) (CN – 2º ano) – Se o logaritmo de 4 na base 6 é igual a “a”, então o logaritmo de 32 na base 9 é:

- a) $\frac{5a}{4-2a}$ (X) d) $\frac{2a}{4-5a}$
 b) $\frac{4a}{5-2a}$ e) $\frac{4a}{2-5a}$
 c) $\frac{2a}{5-4a}$

- 44) (CN – 2º ano) – A equação $|\log_2 x| = 3^x$ tem o número de raízes igual a:

- a) 0
 b) 1 (X)
 c) 2
 d) 3
 e) 4

- 45) (CFO) – Considere as afirmações:

I) $\log 72 = 2 \log 3 + 3 \log 2$

II) $\log_{3/5} 2 > \log_{3/5} 3$

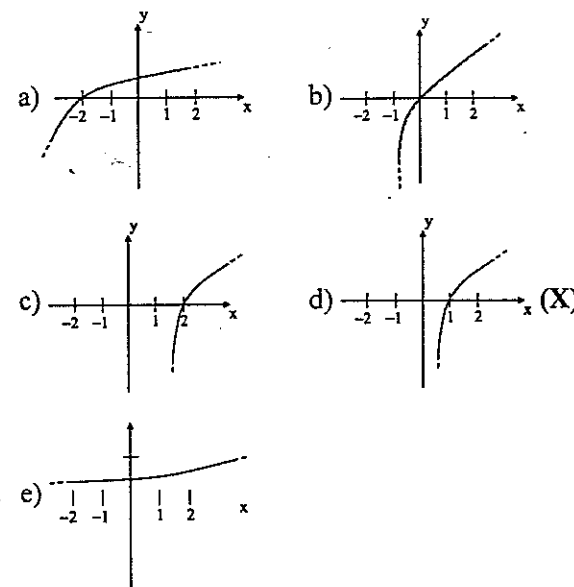
III) Se $\sqrt{3^{2x-1}} = 9$, então $x = 3$

IV) A função $f(x) = (5/4)^x$ é decrescente

É possível afirmar que:

- a) apenas uma é verdadeira
 b) todas são falsas
 c) apenas duas são falsas (X)
 d) todas são verdadeiras
 e) apenas uma é falsa

- 46) (AMAN) – O gráfico que melhor representa a função $y = Lx$ é:



- 47) (EsPCEx) – No conjunto dos números reais a desigualdade $\log_{1/3} [\log_4 (x^2 - 5)] > 0$ é verdadeira para:

- a) $x < -3$ ou $x > 3$
 b) $-3 < x < -\sqrt{6}$ ou $\sqrt{6} < x < 3$ (X)
 c) $-\sqrt{6} < x < -\sqrt{5}$ ou $\sqrt{5} < x < \sqrt{6}$
 d) $-3 < x < -\sqrt{5}$ ou $\sqrt{5} < x < 3$

- 48) (EsPCEx) – O domínio da função real definida por $f(x) = \log_{(-x)}^{12}$ é:

- a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0 \text{ e } x \neq -1\}$ (X)
 b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 5 \text{ ou } x \neq 1\}$
 c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -1 \text{ ou } x \neq 0\}$
 d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 12 \text{ e } x \neq 1\}$

- 49) (AFA) – No conjunto dos números reais, o campo de definição $f(x) = \log_{(x+1)}(2x^2 - 5x + 2)$ é dado por:
- $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2 \text{ ou } x = 1\}$
 - $\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{2} < x < 1 \text{ ou } x \neq \frac{1}{2}\}$
 - $\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{2} < x < 0 \text{ ou } x \neq 0\}$
 - $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 0 \text{ ou } 0 < x < \frac{1}{2} \text{ ou } x > 2\}$ (X)
- 50) (EsFAO) – Sabendo-se que $\log 2 = 0,30$ e $\log 3 = 0,48$, o valor de x na equação $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + 2^{x-4} = 45$ é:
- 5,6 (X)
 - 5,0
 - 0,5
 - 50
 - 56
- 51) (EsFAO) – Dada a equação $5 \log \frac{x}{8} + 2 \log \frac{x}{5} = 4 \log x - \log 25$, o valor da incógnita x é:
- 10
 - 0
 - 25
 - 20
 - 32 (X)
- 52) (EsPCEEx) – O produto das soluções da equação $(1 + 3 \log_x 10)(\log_{10} x) = \frac{2}{\log_{10} x^2}$ é:
- $10\sqrt{10}$
 - $100\sqrt{10}$
 - $\frac{\sqrt{10}}{10}$
 - $\sqrt{10}$
 - $\frac{\sqrt{10}}{100}$ (X)

- 53) (EsPCEEx) – A solução da equação $\log_2 x + \log_4 x = 1$ é:
- $\sqrt[3]{2}$
 - $\sqrt{2}$
 - $\sqrt[3]{4}$ (X)
 - $\sqrt[4]{3}$
 - $\sqrt{3}$
- 54) (ITA) – Considere a equação em x , $a^{x+1} = b^{\frac{1}{x}}$ onde a e b são números reais positivos, tais que $\ln b = 2 \ln a > 0$. A soma das soluções da equação é
- 0
 - 1 (X)
 - 1
 - $\ln 2$
 - 2
- 55) (AFA) – A solução da equação $\log_2(2x + 3) + \log_{1/2} 2x = 1$ é:
- 2/3
 - 1
 - 3/2 (X)
 - 2
- 56) (EsPCEEx) – Considere a relação $\frac{p^{-y}}{1+p^{-y}} = x$, onde $x, y \in \mathbb{R}$ e $p \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$. Nessas condições a expressão que define y , em função de x , e seu domínio são, respectivamente:
- $y = \log_{1/p} \frac{1-x}{x}$; $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1\}$
 - $y = \log_p \frac{x}{1-x}$; $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0 \text{ ou } x > 1\}$
 - $y = \log_p \frac{1-x}{x}$; $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1\}$ (X)

d) $y = \log_{1/p} \frac{x}{x-1}$; $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0 \text{ ou } x > 1\}$

e) $y = \log_p \frac{x-1}{x}$; $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0 \text{ ou } x > 1\}$

57) (EsPCEEx) – O conjunto solução de $\log_2(x-3) + \log_2(x-2) \leq 1$ é:

a) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x \leq 4\}$ (X)

b) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \leq 3\}$

c) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 < x \leq 5\}$

d) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1 \text{ ou } x > 4\}$

e) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 4\}$

58) (EsPCEEx) – O conjunto solução da equação

$$\log_x [\log_2 4 \cdot \log_4 6 \cdot \log_6 8] = 2 \text{ é:}$$

(a) $\emptyset$

b) $\{-\sqrt{3}, 0, \sqrt{3}\}$

c) $\{\sqrt{3}\}$ (X)

d) $\{\sqrt{3}\}$

59) (EsPCEEx) – Considere $u = x \cdot \ln 3$; $v = x \cdot \ln 2$; $e^u \cdot e^v = 36$. Nessas condições, temos que:

a) $x = 1$

b) $x = 2$ (X)

c) $x = 3$

d) $x = 6$

60) (EsPCEEx) – O conjunto solução da inequação

$$\log_{1/2}(x+1) + \log_{1/2} 1/8 > 1 \text{ é:}$$

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\}$

b) $\emptyset$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -1\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 3\}$ (X)

61) (EsFAO) – O conjunto solução da equação logarítmica

$$\log(10x^2 + 5) - 2\log(x-1) = 1:$$

a) É vazio (X)

b) É unitário

c) Tem 2 elementos

d) Tem 4 elementos

e) Tem infinidade de elementos

62) (EsFAO) – O logaritmo de $\sqrt{3}$ na base $1/9$ é igual a:

a) $-1/4$ (X)

b) $-1/2$

c) -1

d) $1/4$

e) $3/2$

63) (AFA) – O domínio da função $f(x) = \log[\log(x+3)]$ é o intervalo:

a) $] -\infty, -3[$

b) $] -3, +\infty[$

c) $] -\infty, -2[$

d) $] -2, +\infty[$ (X)

e) n.r.a.

64) (EN) – Sendo M o menor inteiro pertence ao domínio da função

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{16} - \left(\frac{4}{3}\right)^{(1-x)}}}; \text{ podemos afirmar que } \log_M 2\sqrt{2\sqrt{2}} \text{ é:}$$

a) $\frac{7}{4}$

d) $\frac{3}{8}$

b) $\frac{7}{8}$ (X)

e) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{3}{4}$

- 65) (ITA) – Seja a função f dada por
 $f(x) = (\log_3 5) \cdot \log_5 8^{x-1} + \log_3 4^{1-2x-x^2} - \log_3 2^{x(3x+1)}$.
 Determine todos os valores de x que tornam f não-negativa.

Resp.: $\frac{1}{5} \leq x \leq 1$

- 66) (ITA) – Para $b > 1$ e $x > 0$, resolva a equação em x :
 $(2x)^{\log_b 2} - (3x)^{\log_b 3} = 0$

Resp.: $1/6$

- 67) (ITA) – Dada a função quadrática
 $f(x) = x^2 \ln \frac{2}{3} + x \ln 6 - \frac{1}{4} \ln \frac{3}{2}$
 temos que

- a) a equação $f(x) = 0$ não possui raízes reais.
 b) a equação $f(x) = 0$ possui duas raízes reais distintas e o gráfico de f possui concavidade para cima.
 c) A equação $f(x) = 0$ possui duas raízes reais iguais e o gráfico de f possui concavidade para baixo.
 d) O valor máximo de f é $\frac{\ln 2 \ln 3}{\ln 3 - \ln 2}$ (X)
 e) O valor máximo de f é $2 \frac{\ln 2 \ln 3}{\ln 3 - \ln 2}$

7

Trigonometria

- 01) (EsPCEX) – O conjunto solução da equação: $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2$ é:
 a) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 b) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 c) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 d) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ (X)
 e) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
- 02) (EsPCEX) – Sendo $\operatorname{tg} x + \sec x = m$ e $\sec x - \operatorname{tg} x = n$, então o valor de $m \cdot n$:
 a) -1
 b) 1 (X)
 c) 2
 d) 4
 e) 6

03) (EsPCEEx) – Sendo $0 \leq x \leq 2\pi$, podemos afirmar que a soma das raízes da equação $\sin^2 x + \sin(-x) = 0$ vale:

- a) $\frac{3\pi}{2}$
- b) 2π
- c) $\frac{7\pi}{2}$ (X)
- d) $\frac{10\pi}{2}$

04) (EsPCEEx) – O conjunto-solução da equação $\left(\frac{1}{2} - \sin^2 \theta\right) \cos 3\theta = 0$, sendo $0 \leq \theta \leq \pi$, é:

- a) $S = \left\{0, \frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}\right\}$
- b) $S = \left\{0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$
- c) $S = \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right\}$
- d) $S = \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ (X)

05) (EsPCEEx) – Sabendo que $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, então a solução da equação $\ln \sin x - \ln \cos x = 1$ está no intervalo:

- a) $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right]$
- b) $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$ (X)
- c) $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$
- d) $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$

06) (EN) – Sendo $y = \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$, o valor numérico de y é:

- a) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}$ (X)
- b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- c) $\frac{1}{2}$
- d) $\sqrt{3} + 2$
- e) $2(\sqrt{3} + 1)$

07) (EsFAO) – O valor de x , solução da equação: $2(1 - \cos x) = \sin x \cdot \operatorname{tg} x$, sendo $K \in \mathbb{Z}$, é:

- a) $K\pi$
- b) $\frac{\pi}{4} + K\pi$
- c) $\frac{\pi}{4} + \frac{K\pi}{2}$
- d) $(2K + 1)\pi$
- e) $2K\pi$ (X)

08) (EsFAO) – Sendo $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ e $\cos x = \frac{-2\sqrt{5}}{5}$, o valor da expressão $\sin 2x - \operatorname{tg} x$ é:

- a) 1,3
- b) 0,6
- c) 0,3
- d) -1,3
- e) -0,3 (X)

09) (AMAN) – A equação $\sin 2x - 3 \cos x = 0$, no intervalo $[0, 2\pi]$, admite:

- a) 4 soluções
- b) 8 soluções
- c) 6 soluções
- d) 2 soluções (X)
- e) 1 solução

- 10) (AFA) – Se $\operatorname{tg} x = m$ e $\operatorname{tg} 2x = 3m$, $m > 0$, então o ângulo agudo x mede:

a) 15°
 b) 30° (X)
 c) 45°
 d) 60°
 e) n.r.a.

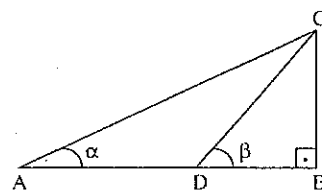
- 11) (EsFAO) – Em um triângulo ABC, os ângulos internos $\hat{B}$ e $\hat{C}$ obedecem a relação:

$$1 - \cot g (45^\circ - \hat{B}) = \frac{2}{1 - \cot g \hat{C}}$$

Podemos afirmar que esse triângulo é, obrigatoriamente:

a) retângulo
 b) retângulo isósceles
 c) isósceles não retângulo (X)
 d) equilátero
 e) escaleno

- 12) (AFA) – Considere o triângulo retângulo abaixo e calcule o valor de h .



Dados:
 $\overline{AD} = d$
 $\overline{BC} = h$
 $\hat{CAD} = \alpha$
 $\hat{CDB} = \beta$

a) $\frac{d}{\cot g \alpha - \cot g \beta}$ (X)

b) $\frac{d}{\cot g \alpha - \operatorname{tg} \beta}$

c) $\frac{d}{\cot g \alpha - \operatorname{tg} \beta}$

d) $\frac{d}{\cot g \alpha - \operatorname{tg} \beta}$

e) n.r.a.

- 13) (ITA) Em um triângulo retângulo, a medida da mediana relativa à hipotenusa é a média geométrica das medidas dos catetos. Então, o valor do cosseno de um dos ângulos do triângulo é igual a

a) $\frac{4}{5}$

b) $\frac{2 + \sqrt{3}}{5}$

c) $\frac{1}{2} \sqrt{2 + \sqrt{3}}$ (X)

d) $\frac{1}{4} \sqrt{4 + \sqrt{3}}$

e) $\frac{1}{4} \sqrt{4 + \sqrt{3}}$

- 14) (EsPCEEx) – Um triângulo tem o lado maior medindo 1m e dois de seus ângulos são 27° e 63° . O valor aproximado para o perímetro desse triângulo, dados $\sqrt{2} = 1,4$ e $\cos 18^\circ = 0,95$, é de:

a) 1,45m

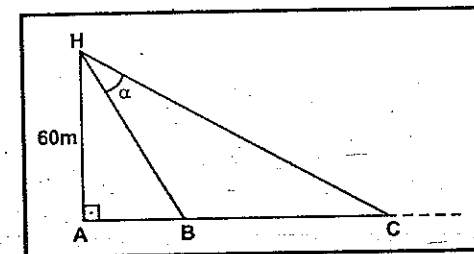
b) 2,33m (X)

c) 2,47m

d) 3,35m

e) 3,45m

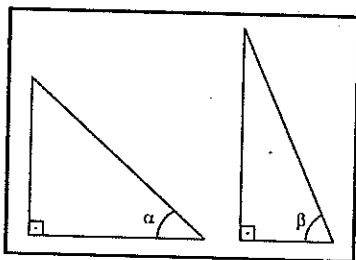
- 15) (EsPCEEx) – Conforme a figura, a 60 metros do chão o helicóptero H avista, sob um ângulo α , dois alvos, B e C, que serão logo abatidos.



Se $AB = 40\text{m}$ e $BC = 260\text{m}$, então α mede

- a) 15°
- b) 30°
- c) 45° (X)
- d) 60°
- e) 75°

- 16) (EsPCEEx) – Os ângulos α e β pertencem aos triângulos retângulos abaixo.



Se o seno de β é o dobro do seno de α , então o ângulo α pertence ao intervalo

- a) $]0^\circ, 45^\circ[$
 - b) $[45^\circ, 60^\circ]$
 - c) $]30^\circ, 45^\circ[$
 - d) $]0^\circ, 60^\circ[$
 - e) $]0^\circ, 30^\circ[$ (X)
- 17) (AFA) – A soma das raízes da equação $1 - 4 \cos^2 x = 0$, $0 \leq x \leq \pi$, é igual a:
- a) $\frac{\pi}{3}$
 - b) $\frac{3\pi}{4}$
 - c) $\frac{5\pi}{6}$
 - d) π (X)
 - e) n.r.a.

- 18) (AFA) – Simplificando a expressão: $\frac{\sin(3e^x)}{\sin(e^x)} - \frac{\cos(3e^x)}{\cos(e^x)}$, onde $\sin e^x \neq 0$ e $\cos e^x \neq 0$, o resultado será:

- a) 1
- b) 2 (X)
- c) e
- d) e^2
- e) n.r.a.

- 19) (AFA) – O menor período da função $f(x) = \sin x \cos x$ vale:

- a) $\frac{\pi}{4}$
- b) $\frac{\pi}{2}$
- c) π (X)
- d) 2π
- e) n.r.a.

- 20) (AFA) – Em um triângulo retângulo, uma razão entre os catetos é $\frac{1}{2}$ e a razão entre a hipotenusa e o menor cateto é $\sqrt{5}$. Se α e β são os ângulos agudos desse triângulo, então $\sin \alpha + \sin \beta$ é igual a:

- a) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- b) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ (X)
- c) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$
- d) $\frac{7\sqrt{5}}{5}$
- e) n.r.a.

21) (AFA) – Se $\cos a = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ e $\operatorname{cosec} a < 0$, então $\operatorname{tg} a + \operatorname{cotg} a$ vale:

a) $-\frac{5}{2}$ (X)

b) $-\frac{3}{2}$

c) $\frac{3}{2}$

d) $\frac{5}{2}$ e) n.r.a.

22) (AFA) – O conjunto imagem da função: $f(x) = \sqrt{2}(\cos x + \sin x)$, em $\mathbb{R}$, é o intervalo:

a) $[-2, 2]$ (X)

b) $[-\sqrt{2}, 2]$

c) $[-2, \sqrt{2}]$

d) $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

e) n.r.a.

23) (AMAN) – Se $\cos x = \frac{3}{7}$ e o ângulo x é tal que $15\frac{\pi}{2} < x < 31\frac{\pi}{4}$, logo o produto:

$M = (\sin x)(\operatorname{tg} x)(\operatorname{cotg} x)(\sec x)$ é igual a:

a) $2\sqrt{10}/5$

b) $-2\sqrt{10}/7$

c) $5/3\sqrt{10}$

d) $-2\sqrt{10}/3$ (X)

e) $\sqrt{10}/4$

24) (EN) – Se $2\sin x + \cos x = 1$ então

a) $\sin x = 0$ ou $\sin x = \frac{4}{5}$ (X)

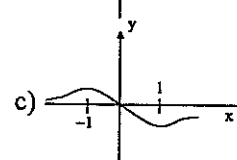
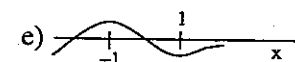
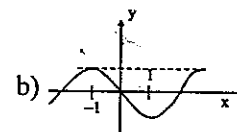
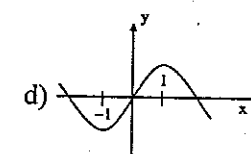
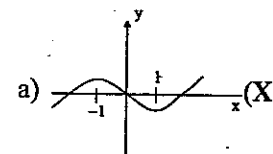
d) $\sin x = 0$

b) $\operatorname{tg} x = 0$ ou $\operatorname{tg} x = \frac{4}{3}$

e) $\cos x = 1$

c) $\cos x = 1$ ou $\cos x = \frac{3}{5}$

25) (EN) – A representação gráfica da função $f(x) = x - 2 \arctg x$ é:



26) (AFA) – Sejam D o domínio da função: $f(x) = \log(-\cos 2x)$,

$a \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right] \cap D$ e $b \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{4}\right] \cap D$. Então, é possível afirmar

que:

a) $\operatorname{tg} b \sin a < 0$ (X)

b) $\operatorname{tg} b \cos a > 0$

c) $\operatorname{tg} a \sin b < 0$

d) $\operatorname{tg} a \cos b > 0$

e) n.r.a.

27) (EN) – Se $f(x-1) = \sin^2(x-2)$ então $f(x+1)$ é igual a:

a) $\sin^2(x-1)$

b) $\sin^2(x+1)$

c) $\frac{1+\cos 2x}{2}$

d) $\frac{1-\cos 2x}{2}$ (X)

e) $\frac{1+\sin 2x}{2}$

- 28) (AMAN) – Sejam: $2f(\theta) = 1 - \cos 2\theta$ e $2 \cdot w(\theta) = 1 + \cos 2\theta$, sabe-se que:

$$g(\theta) = \frac{f(\theta) + w(\theta)}{w(\theta)}$$

então, a expressão de $g(\theta)$ é:

- a) $1 - \sin^2\theta$
 - b) $\tan^2\theta$
 - c) $\operatorname{cosec} 2\theta + 4$
 - d) $\sec^2\theta$ (X)
 - e) $1 + 2 \cos 2\theta$
- 29) (AMAN) – Um barco, navegando em linha reta, passa sucessivamente pelos pontos A, B, C. Estando o barco em A, o comandante observa um farol F, calculando o ângulo $\widehat{FAC} = 30^\circ$. Após navegar 4 quilômetros até B, verifica que o ângulo $\widehat{FBC} = 75^\circ$. Então a distância entre o farol F e o ponto B é:
- a) $\sqrt{3}$ km
 - b) $2\sqrt{2}$ km (X)
 - c) 3 km
 - d) 2 km
 - e) $\sqrt{2}$ km
- 30) (AMAN) – Em uma grande área plana existe um edifício com 30 m de altura. Em uma determinada hora do dia os raios solares fazem com o solo um ângulo de 15° . O comprimento da sombra do edifício nesse instante é aproximadamente:
- a) 149 m
 - b) 112 m (X)
 - c) 91 m
 - d) 75 m
 - e) 44 m

- 31) (EsFAO) – A extremidade do arco de medida $\frac{38\pi}{3}$ está situada no:
- a) 1º quadrante
 - b) 2º quadrante (X)
 - c) 3º quadrante
 - d) 4º quadrante
 - e) 5º quadrante
- 32) (EsFAO) – O período da função $y = \sin^2 x$ é:
- a) π (X)
 - b) 2π
 - c) $\pi/2$
 - d) $4\pi^2$
 - e) $\pi/4$
- 33) (EsFAO) – A expressão $y = \sin^2(45^\circ + a) - \sin^2(30^\circ - a) + \sin 15^\circ \cos(15^\circ + 2a)$ é idêntica a:
- a) $\sin a$
 - b) $\cos a$
 - c) $\sin 2a$
 - d) $\cos 2a$ (X)
 - e) $\sin(60^\circ + 2a)$
- 34) (AFA) – Sabendo-se que $0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$, $\sin \alpha = a$ e $\sin \beta = b$, então o valor da expressão $\sin(\pi + \alpha) - \cos(2\pi - \beta)$ será igual a:
- a) $a + \sqrt{1 - b^2}$
 - b) $-a + \sqrt{1 - b^2}$
 - c) $a - \sqrt{1 - b^2}$
 - d) $-a - \sqrt{1 - b^2}$ (X)

- 35) (AFA) – Simplificando a expressão:

$$\frac{\operatorname{sen} x \cos^3 x + \operatorname{sen} x}{\cos^2 x} - \operatorname{sen} x \cos^2 x \sec x - \operatorname{tg} x \sec x,$$

encontra-se:

- a) 0 (X)
 b) 1
 c) $\operatorname{sen} x$
 d) $\cos x$
- 36) (EsPCEx) – A solução da inequação $\sqrt{2} \cos^2 x > \cos x$ no intervalo $[0, \pi]$ é:
- a) $0 \leq x < \frac{\pi}{4}$ ou $\frac{\pi}{2} < x \leq \pi$ (X)
 b) $0 < x \leq \frac{\pi}{3}$ ou $\frac{2\pi}{3} \leq x < \pi$
 c) $0 < x < \frac{\pi}{6}$ ou $\frac{2\pi}{3} \leq x < \pi$
 d) $\frac{\pi}{4} < x < \frac{2\pi}{3}$
 e) $\frac{\pi}{3} \leq x < \frac{3\pi}{2}$
- 37) (EsPCEx) – Seja $E = 4^{\operatorname{sen} x \cos x}$. O valor máximo de E e os correspondentes valores de x são, respectivamente:
- a) $\frac{1}{2}$ e $\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 b) 1 e $\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 c) 1 e $\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 d) 2 e $\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (X)
 e) 2 e $\frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

- 38) (ITA) Sejam f e g funções definidas por
- $f(x) = (\sqrt{2})^{\operatorname{sen} x - 1}$
- e
- $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\operatorname{sen}^2 x - 1}, x \in \mathbb{R}$
- .

A soma do valor mínimo de f com o valor mínimo de g é igual a:

- a) 0.
 b) $-\frac{1}{4}$.
 c) $\frac{1}{4}$
 d) $\frac{1}{2}$. (X)
 e) 1.
- 39) (ITA) – Sejam f, g: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^3$ e $g(x) = 10^{3\cos 5x}$. Podemos afirmar que
- a) f é injetora e par e g é ímpar.
 b) g é sobrejetora e gof é par.
 c) f é bijetora e gof é ímpar.
 d) f é ímpar e gof é par.
 e) g é par e gof é ímpar (X)

- 40) (EsPCEx) – Sendo
- $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$
- , a expressão
- $\sqrt{2 + \sqrt{2 + 2 \cos 2\alpha}}$
- é igual a:

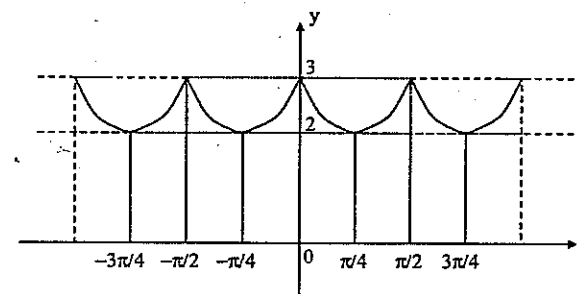
- a) $2 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}$
 b) $4 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}$
 c) $\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$
 d) $4 \cos \frac{\alpha}{2}$
 e) $2 \cos \frac{\alpha}{2}$ (X)

- 41) (EsPCEEx) – O valor de $\frac{\sin 80^\circ \cos 40^\circ + \sin 40^\circ \cos 80^\circ}{\cos 72^\circ \cos 27^\circ + \sin 72^\circ \sin 27^\circ}$ é:
- $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (X)
 - $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - $\frac{\sqrt{3}}{4}$
 - $\frac{\sqrt{6}}{3}$
 - $\frac{2\sqrt{3}}{5}$
- 42) (EN) – Se $\frac{\sin x + \cos x}{\cos x - \sin x} = \operatorname{tg} y$, então um possível valor para y é:
- $x - \frac{\pi}{4}$
 - x
 - $x + \frac{\pi}{4}$ (X)
 - $x + \frac{3\pi}{4}$
 - $x + \pi$

- 43) (EN) – Seja $x = \arccos \frac{3}{5}$, $x \in [0, \pi]$. Então $\sin 2x$ é igual a:

- $\frac{24}{25}$ (X)
- $\frac{4}{3}$
- $\frac{16}{25}$
- $\frac{6}{5}$
- $\frac{2}{5}$

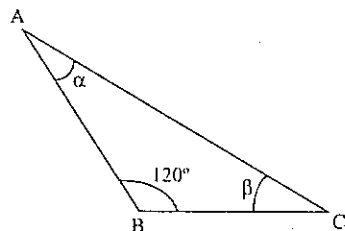
- 44) (EN) – A função que melhor se adapta ao gráfico é:



- $y + \left| \sin \frac{x}{2} \right| = 3$
 - $y + \left| \sin \frac{x}{2} \right| = 3 + \frac{\sqrt{2}}{2}$
 - $y + \left| \cos 2x \right| = 4$
 - $y + \left| \cos \frac{x}{2} \right| = 3 - \frac{\sqrt{2}}{2}$
 - $y + \left| \sin 2x \right| = 3$ (X)
- 45) (EN) – Sabendo-se que $\operatorname{tg} x = a$ e $\operatorname{tg} y = b$; é possível reescrever $Z = \frac{\sin 2x + \sin 2y}{\sin 2x - \sin 2y}$ como:
- $\left(\frac{1-ab}{1+ab} \right) \cdot \left(\frac{a-b}{a+b} \right)$
 - $\left(\frac{1+ab}{1-ab} \right) \cdot \left(\frac{a-b}{a+b} \right)$
 - $\left(\frac{1-ab}{1+ab} \right) \cdot \left(\frac{a+b}{a-b} \right)$
 - $\left(\frac{1+ab}{1-ab} \right) \cdot \left(\frac{-a+b}{a-b} \right)$
 - $\left(\frac{1+ab}{1-ab} \right) \cdot \left(\frac{a+b}{a-b} \right)$ (X)

- 46) (EsPCEEx) – O valor de $\sin \frac{53\pi}{6}$ é igual ao:
- $\cos 225^\circ$
 - $\cos 150^\circ$
 - $\cos 60^\circ$ (X)
 - $\sin 210^\circ$
 - $\sin 120^\circ$
- 47) (EsPCEEx) Simplificando a expressão $E = (1 + \cotg^2 x)(1 - \cos^2 x)$, teremos:
- $E = \tg x$
 - $E = \sen x$
 - $E = \sqrt{2}$
 - $E = 1$ (X)
 - $E = -1$

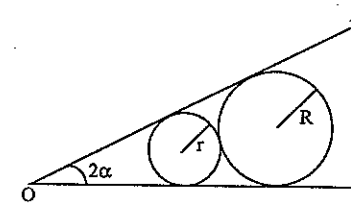
- 48) (EsPCEEx) – Da figura abaixo, sabe-se que $\cos \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Então, o $\cos \alpha$ vale:



- $\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}$
- $\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}$
- $\frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}$ (X)
- $\frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}$
- $\frac{\sqrt{3}}{2}$

- 49) (EsPCEEx) – De posse dos dados da figura abaixo e sabendo que as circunferências são tangentes entre si e que ambas tangenciam os lados do ângulo AOB, é possível concluir que o valor de $\sen \alpha$ é igual a:

- $\frac{R+r}{R-r}$
- $\frac{R-r}{R+r}$ (X)
- $\frac{R}{R+r}$
- $\frac{R^2}{R+r}$
- $\frac{R^2}{R-r}$



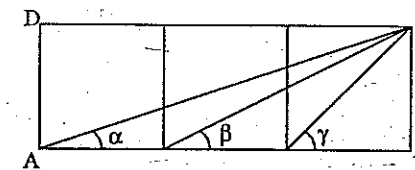
- 50) (ITA) – A expressão trigonométrica

$$\frac{1}{(\cos^2 x - \sin^2 x)^2} - \frac{4 \operatorname{tg}^2 x}{(1 - \operatorname{tg}^2 x)^2}$$

para $x \in]0, \pi/2[$, $x \neq \pi/4$, é igual a:

- $\sen(2x)$
- $\cos(2x)$
- 1 (X)
- 0
- $\sec(x)$

- 51) (EsPCEEx) O retângulo ABCD está dividido em três quadrados, como mostra a figura abaixo. Nessas condições, é possível concluir que $\alpha + \beta$ vale:



- a) $\frac{\pi}{2} - \gamma$ (X)
 b) $\frac{\pi}{2} + \gamma$
 c) $\frac{\gamma}{3}$
 d) $\frac{\gamma}{2}$
 e) $\pi - \gamma$

52) (ITA) – Um triângulo ABC, retângulo em A, possui área S. Se $x = \hat{A}BC$ e r é o raio da circunferência circunscrita a esse triângulo, então:

- a) $S = r^2 \cos(2x)$
 b) $S = r^2 \sin(2x)$ (X)
 c) $S = \frac{1}{2} r^2 \sin(2x)$
 d) $S = \frac{1}{2} r^2 \cos^2 x$
 e) $S = \frac{1}{2} r^2 \sin^2 x$

53) (ITA) – Em um triângulo ABC retângulo em A, seja D a projeção de A sobre BC. Sabendo-se que o segmento BD mede 1 cm e que o ângulo DAC mede θ graus, então a área do triângulo ABC vale:

- a) $\frac{1^2}{2} \sec \theta \operatorname{tg} \theta$
 b) $\frac{1^2}{2} \sec^2 \theta \operatorname{tg} \theta$ (X)
 c) $\frac{1^2}{2} \sec \theta \operatorname{tg}^2 \theta$
 d) $\frac{1^2}{2} \operatorname{cosec} \theta \cot \theta$
 e) $\frac{1^2}{2} \operatorname{cosec}^2 \theta \cot \theta$

54) (ITA) – O conjunto das soluções da equação $\sin 5x = \cos 3x$ contém o seguinte conjunto:

- a) $\left\{ \frac{\pi}{16} + k \frac{\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \right\}$
 b) $\left\{ \frac{\pi}{16} + k \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$
 c) $\left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$
 d) $\left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$
 e) $\left\{ \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ (X)

55) (IME) – Determine a solução da equação trigonométrica, $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1, x \in \mathbb{R}$.

$$R.: S = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \text{ ou } x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

56) (IME) – Determine θ sabendo-se que:

$$i) \frac{1 - \cos^4 \theta}{1 - \sin^4 \theta} \cdot \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \theta}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta} = \frac{2}{3}$$

$$ii) 0 < \theta < 2\pi \text{ radianos}$$

$$R.: \theta = \arcsen\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) \text{ ou } \theta = \arcsen\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$$

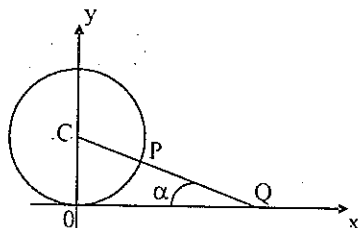
57) (EsPCEx) – Para todo $k \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}^*$ e $x \in \mathbb{R}$, a expressão $[(\sin x + \cos x)^2 - \sin 2x]^n$ é equivalente a:

- a) $[\sin(2k\pi)]^n$
 b) $[\cos(2k\pi + \pi)]^n$
 c) $\cos(nk\pi)$
 d) $[\sin(2k\pi + \frac{\pi}{2})]^n$ (X)
 e) $\sin(nk\pi)$

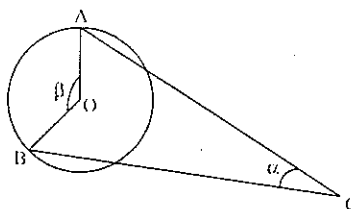
- 58) (EsPCEEx) – A expressão: $1 - 2\sin^2 x + \sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x$ é equivalente a:
- $\cos^4 x$
 - $2\sin^2 x$
 - $\cos^3 x$
 - $\cos^2 x$ (X)
 - $\sin 2x$
- 59) (AFA) – A soma das raízes da equação $\sin 3x + \sin 2x = 0$, para $0 \leq x \leq \pi$, é:
- $\frac{6\pi}{5}$
 - $\frac{9\pi}{5}$
 - $\frac{11\pi}{5}$
 - $\frac{13\pi}{5}$
- 60) (EsPCEEx) – Dada a função $f(x) = \frac{1 - \sin^2 x}{1 + \sin x}$ e o intervalo $I = [0, 2\pi]$, é possível afirmar que:
- f é definida para todo $x \in I$ e a imagem de f em I é $[0, 2]$;
 - f é definida para todo $x \in I \mid x \neq \frac{3\pi}{2}$ e a imagem de f em I é $[0, 2]$; (X)
 - f não é definida para $x = -1$ e a imagem de f em I é $]-1, 1[$;
 - f não é definida para $x = \frac{\pi}{2}$ e a imagem de f em I é $[0, 2]$;
 - f não é definida para $x = \frac{3\pi}{2}$ e a imagem de f em I é $[0, 1[$
- 61) (EsPCEEx) – Quanto à função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \sin x + \cos x$, é possível afirmar que:
- tem período π e valor máximo 2
 - tem período 2π e valor máximo 2
 - tem período 4π e valor máximo 2
 - tem período π e valor máximo $\sqrt{2}$
 - tem período 2π e valor máximo $\sqrt{2}$ (X)

- 62) (ITA) – O conjunto de todos os valores de α , $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, tais que as soluções da equação (em x) $x^4 - \sqrt[4]{48} x^2 + \operatorname{tg} \alpha = 0$ são todas reais, é
- $\left[-\frac{\pi}{3}, 0\right]$
 - $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$
 - $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$
 - $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ (X)
 - $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}\right]$
- 63) (ITA) – Se $a \in \mathbb{R}$ com $a > 0$ e $\operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{a-1}{a+1}$ está no primeiro quadrante, então o valor de $\operatorname{tg} \left[\operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{a-1}{a+1} + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{2\sqrt{a}} \right]$ é:
- $\frac{a+1}{2\sqrt{a}}$
 - $\frac{a\sqrt{a}}{3a+1}$
 - $\frac{2a\sqrt{a}}{3a+1}$ (X)
 - $\frac{2a}{3a+1}$
 - n.d.a.
- 64) (EN) – Simplificando a expressão $2(\cos^6 x + \sin^6 x) - 3(\cos^4 x + \sin^4 x)$, encontramos:
- $\sin x$
 - $\cos x$
 - -1 (X)
 - 1
 - $\sin x + \cos x$

- 65) (AFA) – No plano cartesiano, conforme a figura abaixo, C é o centro da circunferência de raio r . Se $\sin \alpha = \frac{1}{4}$, então $\overline{PQ}$ vale:



- a) $1,5 r$
 b) $2 r$
 c) $2,5 r$
 d) $3 r$ (X)
- 66) (AFA) – Na figura abaixo, $\overline{AC} = \overline{BC} = 2\overline{AB}$, $\beta = 3\alpha$ e $\overline{OA} = \overline{OB} = r$, onde r é o raio da circunferência com centro O . Então a medida do arco (AB) é



- a) $r \arccos \frac{5}{8}$
 b) $r \arccos \frac{7}{8}$
 c) $3r \arccos \frac{5}{8}$
 d) $3r \arccos \frac{7}{8}$ (X)
- 67) (AFA) – Se $\cos(\alpha + 10^\circ) = 0,94$, $\cos(\pi + 2\alpha) = -0,94$ e $0 < \alpha < 45^\circ$, então α , em graus vale:
- a) 5
 b) 10° (X)
 c) 15
 d) 20

- 68) (EN) – O número de soluções da equação $\cos^2(x + \pi) + \cos^2(x - \pi) = 1$, no intervalo $[0, 2\pi[$, é igual a:
- a) 1
 b) 2
 c) 3
 d) 4 (X)
 e) 5
- 69) (AFA) – As raízes da equação $2x^2 - px - 1 = 0$ são $\sin\theta$ e $\cos\theta$. Sendo θ um número real, o valor de p é:
- a) 0 (X)
 b) 2
 c) 4
 d) 5
- 70) (EN) – Se $\frac{\sin x - \sin y}{\cos x - \cos y} = 2$ e $\operatorname{tg} x = \frac{1}{3}$, então $\operatorname{tg} y$ é igual a:
- a) 3
 b) $\frac{1}{6}$
 c) 0
 d) $-\frac{1}{6}$
 e) -3 (X)
- 71) (ITA) Para todo $x \in \mathbb{R}$, a expressão $[\cos(2x)]^2 [\sin(2x)]^2 \sin x$ é igual a:
- a) $2^{-4}[\sin(2x) + \sin(5x) + \sin(7x)]$.
 b) $2^{-4}[2 \sin x + \sin(7x) - \sin(9x)]$. (X)
 c) $2^{-4}[-\sin(2x) - \sin(3x) + \sin(7x)]$.
 d) $2^{-4}[-\sin x + 2\sin(5x) - \sin(9x)]$.
 e) $2^{-4}[\sin x + 2\sin(3x) + \sin(5x)]$.
- 72) (IME) Resolva a equação $\operatorname{tg} a + \operatorname{tg}(2a) = 2 \operatorname{tg}(3a)$, sabendo-se que $a \in [0, \frac{\pi}{2})$. Resp. $0, \pi/3$.

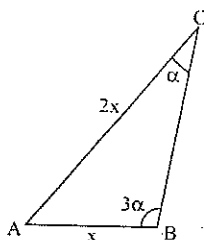
- 73) (AFA) – A soma das raízes da equação $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 1$, no intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$, é:

- a) $\frac{2\pi}{3}$
 b) $\frac{4\pi}{3}$ (X)
 c) $\frac{5\pi}{3}$
 d) $\frac{7\pi}{3}$

- 74) (AFA) – Sejam U e V conjuntos-solução das inequações $2\cos x \leq 1$ e $2\sin x < 1$, respectivamente, no intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$. Então $U \cap V$ é o intervalo:

- a) $\frac{\pi}{3} < x \leq \frac{5\pi}{3}$
 b) $\frac{\pi}{3} < x \leq 2\pi$
 c) $\frac{5\pi}{6} < x \leq \frac{5\pi}{3}$ (X)
 d) $\frac{5\pi}{6} < x \leq 2\pi$

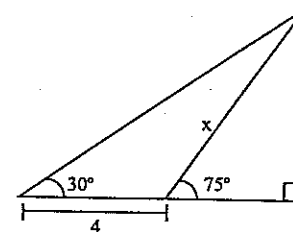
- 75) (AFA) – Na figura abaixo, qual o valor de α (em graus)?



- a) 15
 b) 20
 c) 30 (X)
 d) 45

- 76) (AFA) – Na figura abaixo, o valor de x é:

- a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 b) $\frac{8}{3}$
 c) $2\sqrt{2}$ (X)
 d) 4



- 77) (EPCAR) – Analise as funções abaixo quanto à paridade e assinale a opção correta

- i. $f(x) = x$
 ii. $f(x) = x^2$
 iii. $f(x) = \log_a x$, sendo $0 < a \neq 1$
 iv. $f(x) = \sin x$
 a) I e IV são ímpares (X)
 b) II e III são pares
 c) I e III são ímpares
 d) II e IV são pares

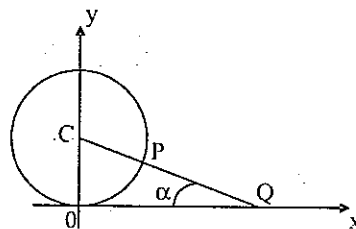
- 78) (ITA) – Seja a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} a \left(x + \frac{\pi}{2} \right) & \text{se } x < \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} - \frac{a}{x} \sin x & \text{se } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

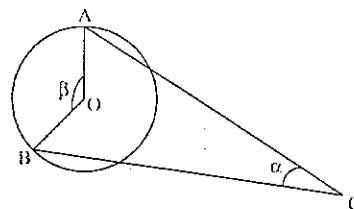
onde $a > 0$ é uma constante. Considere $K = \{y \in \mathbb{R}; f(y) = 0\}$. Qual o valor de a , sabendo-se que $f(\pi/2) \in K$?

- a) $\pi/4$ (X)
 b) $\pi/2$
 c) π
 d) $\pi^2/2$
 e) π^2

- 65) (AFA) – No plano cartesiano, conforme a figura abaixo, C é o centro da circunferência de raio r . Se $\sin \alpha = \frac{1}{4}$, então $\overline{PQ}$ vale:



- a) $1,5 r$
 b) $2 r$
 c) $2,5 r$
 d) $3 r$ (X)
- 66) (AFA) – Na figura abaixo, $\overline{AC} = \overline{BC} = 2\overline{AB}$, $\beta = 3\alpha$ e $\overline{OA} = \overline{OB} = r$, onde r é o raio da circunferência com centro O . Então a medida do arco (AB) é



- a) $r \arccos \frac{5}{8}$
 b) $r \arccos \frac{7}{8}$
 c) $3r \arccos \frac{5}{8}$
 d) $3r \arccos \frac{7}{8}$ (X)
- 67) (AFA) – Se $\cos(\alpha + 10^\circ) = 0,94$, $\cos(\pi + 2\alpha) = -0,94$ e $0 < \alpha < 45^\circ$, então α , em graus vale:
- a) 5
 b) 10 (X)
 c) 15
 d) 20

- 68) (EN) – O número de soluções da equação $\cos^2(x + \pi) + \cos^2(x - \pi) = 1$, no intervalo $[0, 2\pi]$, é igual a:
- a) 1
 b) 2
 c) 3
 d) 4 (X)
 e) 5
- 69) (AFA) – As raízes da equação $2x^2 - px - 1 = 0$ são $\sin\theta$ e $\cos\theta$. Sendo θ um número real, o valor de p é:
- a) 0 (X)
 b) 2
 c) 4
 d) 5
- 70) (EN) – Se $\frac{\sin x - \sin y}{\cos x - \cos y} = 2$ e $\operatorname{tg} x = \frac{1}{3}$, então $\operatorname{tg} y$ é igual a:
- a) 3
 b) $\frac{1}{6}$
 c) 0
 d) $-\frac{1}{6}$
 e) -3 (X)
- 71) (ITA) Para todo $x \in \mathbb{R}$, a expressão $[\cos(2x)]^2 [\sin(2x)]^2 \sin x$ é igual a:
- a) $2^{-4}[\sin(2x) + \sin(5x) + \sin(7x)]$.
 b) $2^{-4}[2 \sin x + \sin(7x) - \sin(9x)]$. (X)
 c) $2^{-4}[-\sin(2x) - \sin(3x) + \sin(7x)]$.
 d) $2^{-4}[-\sin x + 2\sin(5x) - \sin(9x)]$.
 e) $2^{-4}[\sin x + 2\sin(3x) + \sin(5x)]$.
- 72) (IME) Resolva a equação $\operatorname{tg} a + \operatorname{tg}(2a) = 2 \operatorname{tg}(3a)$, sabendo-se que $a \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$. Resp. $0, \pi/3$

- 79) (ITA) – Considere C uma circunferência centrada em O e raio $2r$, e t a reta tangente a C em um ponto T . Considere também A um ponto de C tal que $\widehat{AOT} = \theta$ é um ângulo agudo. Sendo B o ponto de t tal que o segmento $\overline{AB}$ é paralelo ao segmento $\overline{OT}$, então a área do trapézio $OABT$ é igual a:

- a) $r^2(2\cos\theta - \cos 2\theta)$
- b) $2r^2(4\cos\theta - \sin 2\theta)$
- c) $r^2(4\sin\theta - \sin 2\theta)$ (X)
- d) $r^2(2\sin\theta + \cos\theta)$
- e) $2r^2(2\sin 2\theta - \cos 2\theta)$

- 80) (ITA) – Um dispositivo colocado no solo a uma distância d de uma torre dispara dois projéteis em trajetórias retilíneas. O primeiro, lançado sob um ângulo $\theta \in (0, \pi/4)$, atinge a torre a uma altura h . Se o segundo, disparado sob um ângulo 2θ , atinge-a a uma altura H , a relação entre as duas alturas será:

- a) $H = 2hd^2 / (d^2 - h^2)$ (X)
- b) $H = 2hd^2 / (d^2 + h)$
- c) $H = 2hd^2 / (d^2 - h)$
- d) $H = 2hd^2 / (d^2 + h^2)$
- e) $H = hd^2 / (d^2 + h)$

- 81) (ITA) – A expressão $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$, $0 < \theta < \pi$, é idêntica a:

- a) $\sec \frac{\theta}{2}$
- b) $\operatorname{cosec} \frac{\theta}{2}$ (X)
- c) $\cotg \frac{\theta}{2}$
- d) $\tg \frac{\theta}{2}$
- e) $\cos \frac{\theta}{2}$

- 82) (ITA) – Sabendo-se que x e y são ângulos do primeiro quadrante tais que $\cos x = \frac{5}{6}$ e $\cos y = \frac{4}{5}$, então se

$$\alpha = x - y \text{ e } T = \sqrt{\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \sin^2 \alpha},$$

temos:

- a) α está no 4º quadrante e $T = \frac{2}{3}$.
- b) α está no 1º quadrante e $T = \frac{2}{3}$.
- c) α está no 1º quadrante e $T = \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{11}}{10}$.
- d) α está no 4º quadrante e $T = \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{11}}{10}$.
- e) n.d.a. (X)

- 83) (ITA) – Seja $\alpha = \frac{1}{2} \frac{\log 2}{\log 2 - \log 3}$. O conjunto solução da desigualdade $2^{\sin x} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^\alpha$ no intervalo $[0, 2\pi[$ é:

- a) $\left[0, \frac{\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{2\pi}{3}, 2\pi\right)$
- b) $\left[0, \frac{7\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{11\pi}{6}, 2\pi\right)$
- c) $\left[0, \frac{4\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{3}, 2\pi\right)$
- d) $\left[0, \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{6}, 2\pi\right)$ (X)
- e) n.d.a.

- 84) (EPCAR) – Calcule o valor numérico da expressão $Y = \operatorname{Sen} 13\pi/12$. $\operatorname{Cos} 11\pi/12$.

- a) $1/5$
- b) $1/4$ (X)
- c) $1/3$
- d) $1/2$

85) (EPCAR) – A função $f(x) = \sin 3a$ é idêntica a:

- a) $g(x) = 4 \cos^3 a - 3 \cos a$
- b) $g(x) = 3 \sin a - 4 \sin^3 a$ (X)
- c) $g(x) = 8 \cos^4 a - 8 \cos^2 a + 1$
- d) $g(x) = 4 \sin a \cos^3 a - 4 \sin^3 a \cos a$

86) (EPCAR) – Associe a cada número uma letra

- v. $\cos(\pi + x)$ a) $\sin x$
- vi. $\cos(\pi - x)$ b) $-\sin x$
- vii. $\cos(\pi/2 + x)$ c) $\cos x$
- viii. $\cos(3\pi/2 + x)$ d) $-\cos x$

Assinale a alternativa correta:

- a) I – d II – d III – b IV – a (X)
- b) I – b II – a III – c IV – d
- c) I – c II – d III – a IV – b
- d) I – b II – a III – d IV – c

87) (EPCAR) – Resolva $3^{2\sin x - 1} \geq 1$, supondo $x \in [0, \pi]$:

- a) $\frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{6}$
- b) $\frac{\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3}$
- c) $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$ (X)
- d) $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$

88) (EPCAR) – Determine o conjunto ao qual m deve pertencer, de modo que exista x satisfazendo a igualdade $\sec x = 3m - 2$:

- a) $\{m \in \mathbb{R} \mid m < -1 \text{ ou } m > -1/3\}$
- b) $\{x \in \mathbb{R} \mid m \leq -1 \text{ ou } m \geq -1/3\}$
- c) $\{m \in \mathbb{R} \mid m < 1/3 \text{ ou } m > 1\}$
- d) $\{x \in \mathbb{R} \mid m \leq 1/3 \text{ ou } m \geq 1\}$ (X)

89) (EPCAR) – Resolva no intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$: $\begin{cases} 6 \sin x > 3 \\ 4 \cos x > 2 \end{cases}$

- a) $0 < x < \frac{\pi}{6}$
- b) $0 < x < \frac{\pi}{3}$
- c) $\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{3}$ (X)
- d) $\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{2}$

90) (EPCAR) – Se $\tan a = 1/3$, então $\tan 4a$ é igual a:

- a) $3/10$
- b) $6/5$
- c) $4/3$
- d) $24/7$ (X)

91) (EPCAR) – A expressão $(\operatorname{Cosec} x - 1)^{-1} + (\operatorname{Cosec} x + 1)^{-1}$ é idêntica a:

- I) $\frac{2 \operatorname{cosec} x}{\cot^2 x}$
- II) $\frac{2 \operatorname{cosec} x}{\operatorname{cosec}^2 x - 1}$
- III) $2 \sec x \tan x$
- IV) $2 \cdot \frac{1}{\cos x} \cdot \tan x$

Assinale a alternativa correta:

- a) Apenas III é verdadeira
- b) Apenas I, II e IV são verdadeiras
- c) Apenas IV é falsa
- d) Todas são verdadeiras (X)

92) (IME) – Resolva a equação:

$$\sin x - \cos x = \sin 2x - \cos 2x - 1$$

$$\text{Resp. } x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ ou } x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

93) (EsPCEEx) – Sendo $k \in \mathbb{Z}$, o número de valores distintos assumidos por $\sin \frac{k\pi}{9}$ é igual a:

- a) 5
- b) 8
- c) 9 (X)
- d) 10
- e) 18

94) (EsPCEEx) – A soma das soluções da equação $\frac{625^{\cos^2 x}}{25^{\cos x}} = 1$, para $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ é:

- a) $\frac{\pi}{6}$
- b) $\frac{\pi}{3}$
- c) $\frac{\pi}{2}$
- d) $\frac{2\pi}{3}$
- e) $\frac{5\pi}{6}$ (X)

95) (EsPCEEx) – Se $\cos x \cdot \cos y \neq 0$, então a soma $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y$ é equivalente ao produto:

- a) $(\sin x + \sin y) (\cos x \cdot \cos y)$
- b) $(\sin x + \sin y) (\sec x \cdot \sec y)$ (X)
- d) $\sec x \cdot \sec y \cdot \sin (x + y)$
- c) $\sin (x + y) (\sec x + \sec y)$
- e) $\sin x \cdot \sin y \cdot \cos (x + y)$

96) (EsPCEEx) – Se $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$, com $0 \leq x \leq \pi$, então o valor de $\sin 2x$ é:

- a) $-\frac{12}{25}$
- b) $-\frac{24}{25}$ (X)
- c) $\frac{12}{25}$
- d) $\frac{16}{25}$
- e) $\frac{24}{25}$

97) (AFA) – Em um triângulo ABC, os ângulos $\hat{B}$ e $\hat{C}$ medem, respectivamente, 45° e 60° ; o lado AC mede 2cm. Então, a medida do lado BC (em cm) é:

- a) $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$
- b) $\frac{1}{2} + \sqrt{3}$
- c) $1 + \sqrt{3}$ (X)
- d) $2 + \sqrt{2}$

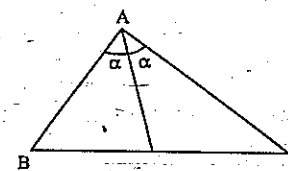
98) (AFA) – Indique os valor de x que satisfazem a equação $\sin 3x - \sin 2x + \sin x = 0$.

- a) $k\pi$ ou $2k\pi + \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$
- b) $\frac{k\pi}{2}$ ou $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$, $k \in \mathbb{Z}$
- c) $\frac{k\pi}{2}$ ou $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$ (X)
- d) $k\pi$ ou $2k\pi \pm \pi$, $k \in \mathbb{Z}$

99) (AFA) – A solução da equação $\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$ é:

- a) $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
- b) $x = \pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
- c) $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ (X)
- d) $x = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

100) (AFA) – Dados $\sin \alpha = 2/3$, $\overline{AB} = 2$ e $\overline{AC} = 3$, o valor do lado BC do triângulo abaixo é:



a) $\frac{\sqrt{93}}{3}$

c) $\frac{\sqrt{102}}{3}$

b) $\frac{\sqrt{96}}{3}$

d) $\frac{\sqrt{105}}{3}$ (X)

101) (AFA) – A expressão $\frac{\sin 4x + \sin 2x}{\cos 4x + \cos 2x}$ admitidas as condições de existência, é idêntica a:

a) 1

b) $\operatorname{tg} 3x$ (X)

c) $\operatorname{tg} 6x$

d) $\operatorname{tg}^2 3x$

102) (CFO) – A soma dos valores inteiros de a na igualdade $\cos\left(x - \frac{7\pi}{12}\right) = \frac{5-4a}{9}$ é:

a) 11

b) 10

c) 9

d) 6

e) 5 (X)

103) (CFO) – A expressão $\frac{\sec(a) - \cos(a)}{\operatorname{cosec}(a) - \sin(a)}$ é equivalente a:

a) $\operatorname{tg}^2(a)$

b) $\cotg^2(a)$

c) $\operatorname{tg}^3(a)$ (X)

d) $\cotg^3(a)$

e) 1

104) (CFO) – O valor de $\operatorname{arctg}(1/3) + \operatorname{arctg}(1/5) + \operatorname{arctg}(1/7) + \operatorname{arctg}(1/8)$ é:

a) 0 rd

b) $\frac{\pi}{4}$ rd (X)

c) $\frac{\pi}{3}$ rd

d) 1 rd

e) $\frac{\pi}{6}$ rd

105) (ITA) O intervalo $I \subset \mathbb{R}$ que contém todas as soluções da inequação

$$\arctan \frac{1+x}{2} + \arctan \frac{1-x}{2} \geq \frac{\pi}{6}$$

é

a) $[-1, 4]$.

b) $[-3, 1]$.

c) $[-2, 3]$. (X)

d) $[0, 5]$.

e) $[-2, 3]$.

106) (CFO) – Se $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 2\pi$ e

$P = \sin(\hat{A}) \cdot \sin(\hat{A} + \hat{B}) - \sin(\hat{C}) \cdot \sin(\hat{B} + \hat{C})$, o valor de P é:

a) 0 (X)

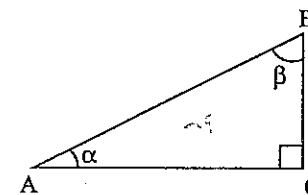
b) -1

c) $\sin(\hat{A}) \sin(\hat{C})$

d) $\cos(\hat{C})$

e) 1

107) (AFA) – Dados $\cos \beta = 3 \cos \alpha$ e $\overline{AC} = x$, o perímetro do triângulo abaixo é:



a) $x(2 + \sqrt{10})$

b) $x(3 + \sqrt{10})$

c) $x(4 + \sqrt{10})$ (X)

d) $x(5 + \sqrt{10})$

108) (AFA) – Considere as afirmações abaixo:

I) $\cos x = \cos 33^\circ \rightarrow x = \pm 33^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$

II) $\sin x = \sin 43^\circ \rightarrow x = \pm 43^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$

III) $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} 36^\circ \rightarrow x = 36^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$

Podemos dizer que são verdadeiras:

a) I e II

b) I e III (X)

c) II e III

d) I, II e III

109) (EsPCEX) – O valor da expressão $\log_a \operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{tg} 2^\circ \dots \operatorname{tg} 88^\circ \cdot \operatorname{tg} 89^\circ$, onde $a > 0$ e $a \neq 1$ é:

a) 0 (X)

b) a

c) $\ln a$

d) 1

110) (IME) – Sejam A, B, C os ângulos de um triângulo.

Mostre que $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \cdot \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$.

111) (EsPCEX) – Considere a equação na variável $x \in \mathbb{R}$, dada por $x^2 - x + \sec^2 \alpha = 0$. Nessas condições, podemos afirmar que essa equação:

a) possui duas raízes, $\forall \alpha \in \mathbb{R}$

b) não possui raízes, $\forall \alpha \in \mathbb{R}$ (X)

c) não possui raízes, se $0 < \alpha < \pi$

d) possui uma raiz, se $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$

e) possui duas raízes, se $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$

112) (IME) – Mostre que se em um triângulo ABC vale a relação

$$\frac{\cos(B-C)}{\sin A + \sin(C-B)} = \operatorname{tg} B, \text{ então o triângulo é retângulo com ângulo reto A.}$$

113) (IME) – Mostre todas as soluções de:

$$\sec x - 2 \cos x = 1 \text{ em } [0, 2\pi]$$

$$\text{R.: } x = \arccos(1/3) \text{ ou } x = \arccos(-2/3)$$

114) (IME) – Resolver o sistema:

$$\begin{cases} \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^2 y = 6 \\ \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} y} + \frac{\operatorname{tg} y}{\operatorname{tg} x} = -6 \end{cases}$$

sabendo que x e y pertencem ao intervalo $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

$$\text{R.: } \{(3\pi/8, -\pi/8), (-\pi/8, 3\pi/8)\}$$

115) (EsFAO) – O valor da expressão $y = \frac{\sec^2 x - \sec x \cdot \cos \sec x}{1 - \cot g x}$

Para $\cos x = \frac{1}{4}$ e x um arco do 4º quadrante é:

a) 10

b) 7

c) 9

d) 16 (X)

e) 5

116) (EsFAO) – Sabendo-se que o lado do dodecágono regular inscrito

no círculo trigonométrico vale $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$, então $\operatorname{cosec} \frac{\pi}{12}$ vale:

a) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$

b) $5\sqrt{2} + \sqrt{3}$

c) $2\sqrt{6}$

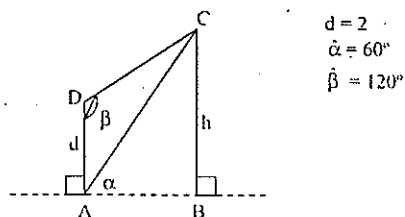
d) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ (X)

e) $2\sqrt{2} + \sqrt{3}$

117) (EsPCEEx) – O conjunto solução da equação $\operatorname{tg} x + 3 \operatorname{cotg} x = 5 \sec x$, para $x \in \mathbb{R}$, é:

- a) $S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
 b) $S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{5} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{3\pi}{5} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
 c) $S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ (X)
 d) $S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{7} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{3\pi}{7} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

118) (EsPCEEx) – De posse das medidas apresentadas na figura abaixo, é possível concluir que o valor de h é:



- a) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$
 b) $3\sqrt{2}$
 c) $2\sqrt{3}$
 d) 3 (X)

119) (EsPCEEx) – O valor numérico da expressão $y = \sin \frac{13\pi}{12} \cdot \cos \frac{11\pi}{12}$ é igual a:

- a) $\frac{1}{2}$
 b) $\frac{1}{4}$ (X)
 c) $\frac{1}{6}$
 d) $\frac{1}{8}$

120) (EsPCEEx) – No intervalo $\left] \pi, \frac{3\pi}{2} \right]$, o valor de $\operatorname{cotg} \left[\arccos \left(-\frac{1}{3} \right) \right]$ é igual a:

- a) $+\frac{\sqrt{2}}{4}$ (X)
 b) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$
 c) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
 d) $+\frac{\sqrt{3}}{2}$

121) (EsPCEEx) – Seja $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \log_e \frac{n\pi}{2}, n = 1, 2, \dots\}$. Com respeito à função $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{\operatorname{sen}(3e^x)}{\operatorname{sen}(e^x)} - \frac{\cos(3e^x)}{\cos(e^x)}$, é possível afirmar que:

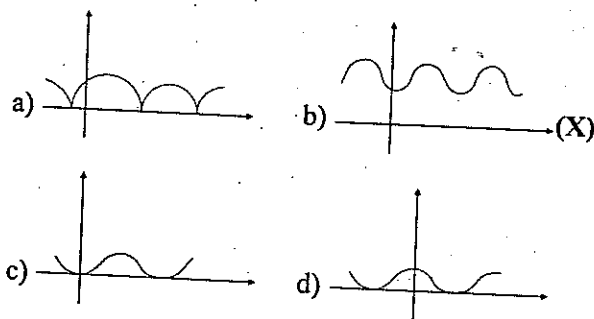
- a) $f(x) = 2, \forall x \in D$ (X)
 b) $f(x) = 0, \forall x \in D$
 c) $f(x) = e^3, \forall x \in D$
 d) $\nexists f(x)$, pois f não está definida em D

122) (EN) – Coloque (F) Falso ou (V) verdadeiro nas proposições abaixo e assinale a opção correta:

- () $(1 + \operatorname{cotg}^2 x)(1 - \cos^2 x) = 1, \forall x \in \mathbb{R}, x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 () $(1 + \sec^4 x) = 2 \sec^2 x + \operatorname{tg}^4 x, \forall x \in \mathbb{R}, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 () $\operatorname{sen} \frac{13\pi}{12} \cos \frac{11\pi}{12} = \frac{1}{4}$

- a) (F) (V) (V)
 b) (F) (F) (V)
 c) (V) (V) (F)
 d) (V) (V) (V) (X)
 e) (V) (F) (V)

- 123) (EsPCEEx) – O gráfico que melhor representa a função dada por:
 $f(x) = |\sin x| + |\cos x|$ é:



- 124) (EN) – O produto das soluções da equação
 $2 \sin^3 x + 5 \cos^2 x + 4 \sin x + 2 \operatorname{tg}^2 x = 4 + 2 \sec^2 x$,
 no intervalo $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{6}\right]$:

- a) $\frac{5\pi^2}{12}$ d) $\frac{\pi^2}{6}$
 b) $\frac{\pi^3}{12}$ e) $\frac{\pi^2}{12}$ (X)
 c) $\frac{5\pi^3}{72}$

- 125) (EN) – Considere a expressão $M = \sin(2y + x)$ onde $x, y \in [0, \pi]$.

O valor de M para $y = \arccos \frac{3}{\sqrt{13}}$ e $x = \arctg \frac{\sqrt{12}}{2}$ é de:

- a) $\frac{6+\sqrt{3}}{13}$ d) $\frac{8+\sqrt{3}}{26}$
 b) $\frac{10+2\sqrt{3}}{13}$ e) $\frac{16+3\sqrt{3}}{52}$
 c) $\frac{12+5\sqrt{3}}{26}$ (X)

- 126) (AFA) – Para que a equação $\sin x + \cos x = k$ seja verdadeira, deve-se ter:

- a) $-1 \leq k \leq 1$
 b) $-2 \leq k \leq 2$
 c) $-\sqrt{2} \leq k \leq \sqrt{2}$ (X)
 d) $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq k \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

- 127) (EsPCEEx) – A expressão: $1 - 2\sin^2 x + \sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x$ é equivalente a:

- a) $\cos^4 x$
 b) $2\sin^2 x$
 c) $\cos^3 x$
 d) $\cos^2 x$ (X)
 e) $\sin 2x$

- 128) (EsPCEEx) O valor da expressão $\frac{\cos 15^\circ + \cos 75^\circ}{\sin 15^\circ} + \frac{\sin 15^\circ + \sin 75^\circ}{\cos 15^\circ}$ é igual a:

- a) 3
 b) 4
 c) 5
 d) 6 (X)
 e) 7

- 129) (IME) – Mostre que $\frac{1}{2} + \cos x + \cos 2x + \dots + \cos nx = \frac{\sin \frac{(2n+1)x}{2}}{2 \sin \frac{x}{2}}$.

- 130) (ITA) Obtenha todos os pares (x, y) , com $x, y \in [0, 2\pi]$, tais que

$$\sin(x+y) + \sin(x-y) = \frac{1}{2}$$

$$\sin x + \cos y = 1$$

$$\text{Resp: } \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right) \left(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{3}\right) \left(\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right) \text{ e } \left(\frac{5\pi}{6}, \frac{5\pi}{3}\right)$$

- 131) (ITA) Considere $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2 \sin 3x - \cos \left(\frac{x-\pi}{2} \right)$. Sobre f podemos afirmar que:
- é uma função par.
 - é uma função ímpar e periódica de período fundamental 4π . (X)
 - é uma função ímpar e periódica de período fundamental $\frac{4\pi}{3}$
 - é uma função periódica de período fundamental 2π .
 - não é par, não é ímpar e não é periódica.
- 132) (ITA) Para x no intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, o conjunto de todas as soluções da inequação $\sin(2x) - \sin\left(3x + \frac{\pi}{2}\right) > 0$ é o intervalo definido por
- $\frac{\pi}{10} < x < \frac{\pi}{2}$. (X)
 - $\frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{4}$.
 - $\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{3}$.
 - $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$.
 - $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{3}$.
- 133) (ITA) Se x, y e z são os ângulos internos de um triângulo ABC e $\sin x = \frac{\sin y + \sin z}{\cos y + \cos z}$, prove que o triângulo ABC é retângulo.
- 134) (ITA) Encontre todos os valores de $a \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ para os quais a equação na variável real x , $\arctg\left(\sqrt{2} - 1 + \frac{e^x}{2}\right) + \arctg\left(\sqrt{2} - 1 - \frac{e^x}{2}\right) = a$, admite solução.

- 135) (ITA) Prove que, se os ângulos internos α, β e γ de um triângulo satisfazem a equação
- $$\sin(3\alpha) + \sin(3\beta) + \sin(3\gamma) = 0,$$
- então, pelo menos, um dos três ângulos, α, β ou γ é igual a 60° .
- 136) (ITA) Sabe-se que x é um número real pertencente ao intervalo $]0, 2\pi[$ e que o triplo da sua secante, somado ao dobro da sua tangente, é igual a 3. Então, o cosseno de x é igual a
- $\frac{\sqrt{3}}{4}$.
 - $\frac{2}{7}$.
 - $\frac{5}{13}$. (X)
 - $\frac{15}{26}$.
 - $\frac{13}{49}$.
- 137) (ITA) Em um triângulo acutângulo ABC, o lado oposto ao ângulo $\hat{A}$ mede 5 cm. Sabendo que $\hat{A} = \arccos \frac{3}{5}$ e $\hat{C} = \arcsen \frac{2}{\sqrt{5}}$, então a área do triângulo ABC é igual a
- $\frac{5}{2} \text{ cm}^2$.
 - 12 cm^2 .
 - 15 cm^2 .
 - $2\sqrt{5} \text{ cm}^2$.
 - $\frac{25}{2} \text{ cm}^2$. (X)

138) (ITA) Considerando as funções

$$\text{arc sen:} [-1 + 1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \text{ e}$$

$$\text{arc cos:} [-1 + 1] \rightarrow [0, \pi],$$

assinale o valor de $\cos \left(\text{arc sen} \frac{3}{5} + \text{arc cos} \frac{4}{5} \right)$.

a) $\frac{6}{25}$

b) $\frac{7}{25}$ (X)

c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{2}{5}$

e) $\frac{5}{12}$

139) (ITA) Considere os contradomínios das funções arco-seno e arco-cosseno como sendo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ e $[0, \pi]$, respectivamente. Com respeito à função

$$f: [-1, 1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right], f(x) = \text{arcsen } x + \text{arccos } x,$$

temos que:

a) f é não-crescente e ímpar.

b) f não é par nem ímpar.

c) f é sobrejetora.

d) f é injetora.

e) f é constante. (X)

8

Progressões Aritméticas

01) (AFA) – Em um pentágono, os ângulos internos estão em uma Progressão Aritmética. Qual o 3º termo, em graus, dessa Progressão?

a) 54

b) 108 (X)

c) 162

d) 216

02) (CN – 2º ano) – Em uma Progressão Aritmética de termo geral a_n , $1 \leq n \leq 37$, a diferença entre a soma dos termos de ordem ímpar e a soma dos termos de ordem par é 24. Logo,

a) a soma dos seus 37 termos é 1.776

b) $a_4 + a_{33} = 24$

c) $a_9 + a_{29} = 48$ (X)

d) $a_{19} = 48$

e) $a_1 + a_{37} = 24$

- 03) (AFA) – O número formado por 3 algarismos em Progressão Aritmética com soma 15 e que, adicionado a 396, dá como resultado ele mesmo escrito em ordem inversa é:
- a) par
 - b) primo
 - c) múltiplo de 7 (X)
 - d) divisível por 13.
- 04) (CFO) – Em um programa de condicionamento físico uma pessoa começa correndo 300 metros em um dia, 400 metros no dia seguinte, 500 metros no próximo dia e assim sucessivamente até chegar aos dois quilômetros por dia. Assinale a alternativa que indica a partir de que dia a pessoa estará correndo dois quilômetros por dia:
- a) 18º dia (X)
 - b) 17º dia
 - c) 16º dia
 - d) 15º dia
 - e) 14º dia
- 05) (CFO) – Em um país em que cada presidente tem mandato de 6 anos, o 17º presidente iniciou seu governo em 1983. Assinale a alternativa que indica o ano em que o 1º presidente desse país iniciou seu governo:
- a) 1885
 - b) 1886
 - c) 1887 (X)
 - d) 1888
 - e) 1889

- 06) (EsFAO) – A progressão aritmética $\frac{7x^2+3}{x^2-4}, \frac{7x^2+8}{x^2-4}, \dots$ é decrescente. Então x pertence ao intervalo:
- a) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
 - b) $(-2, 2)$ (X)
 - c) $(-\infty, -2)$
 - d) $[-2, 2]$
 - e) $(2, +\infty)$
- 07) (AFA) – Quantos números NÃO múltiplos de 11 há no conjunto $\{x \in \mathbb{N} \mid 51 \leq x \leq 1500\}$?
- a) 1210
 - b) 1318 (X)
 - c) 1406
 - d) 1412
 - e) n.r.a.
- 08) (EsFAO) – O primeiro termo de uma progressão aritmética é “a” e a razão é “2a”. Separam-se, ordenadamente, os termos dessa progressão em grupos sucessivos, sendo o primeiro grupo constituído pelo 1º termo, o segundo grupo pelo 2º e 3º termos, o terceiro grupo pelos três termos seguintes, e assim por diante. A soma dos termos do grupo de ordem “n” é:
- a) $2n^2a$
 - b) $3na$
 - c) n^3a (X)
 - d) $(n^2 + 1)a$
 - e) $(n^2a)/2$
- 09) (EsFAO) – Em uma progressão aritmética de 15 termos, $a_8 = -8$. A soma dos 15 termos dessa progressão é igual a:
- a) -240
 - b) -120 (X)
 - c) -60
 - d) 60
 - e) 120

- 10) (EsFAO) – Sabendo-se que o quinto e o oitavo termos de uma progressão aritmética são, respectivamente, a menor e maior raízes da equação $x^2 - 7ax + 10a^2 = 0$, o terceiro termo dessa progressão é:
- 2a
 - 0 (X)
 - 2a
 - a
 - a
- 11) (IME) – Determine as possíveis progressões aritméticas para as quais o resultado da divisão da soma dos seus n primeiros termos pela soma dos seus $2n$ primeiros termos seja independente do valor de n .
- R.: Aqueles cuja razão seja $r = k(n - 1)/2$, k constante
- 12) (ITA) – Um triângulo ABC está inscrito num círculo de raio $2\sqrt{3}$. Sejam a , b e c os lados opostos aos ângulos A , B e C respectivamente. Sabendo que $a = 2\sqrt{3}$ e (A, B, C) é uma progressão aritmética, podemos afirmar que:
- $c = 4\sqrt{3}$ e $A = 30^\circ$ (X)
 - $c = 3\sqrt{3}$ e $A = 30^\circ$
 - $b = 6$ e $C = 85^\circ$
 - $b = 3$ e $C = 90^\circ$
 - n.d.a.
- 13) (IME) – Uma soma finita de números inteiros consecutivos, ímpares, positivos ou negativos, é igual a 73. Determine os termos dessa soma.
- R.: $a_1 = 43, r = 2$ e $n = 7$ ou $a_1 = -41, r = 2$ e $n = 49$

- 14) (ITA) Seja $a_1, a_2, \dots$ uma progressão aritmética infinita tal que $\sum_{k=1}^n a_{3k} = n\sqrt{2} + \pi n^2$, para $n \in \mathbb{N}^*$.
- Determine o primeiro termo e a razão da progressão.
- Resp: $a_1 = \sqrt{2} - \frac{\pi}{3}$ $r = \frac{2\pi}{3}$
- 15) (ITA) Considere três polígonos regulares tais que os números que expressam a quantidade de lados de cada um constituam uma progressão aritmética. Sabe-se que o produto desses três números é igual a 585 e que a soma de todos os ângulos internos dos três polígonos é igual a 3780° . O número total das diagonais nesses três polígonos é igual a:
- 63
 - 69
 - 90
 - 97 (X)
 - 106
- 16) (ITA) O valor de n que torna a sequência $2 + 3n, -5n, 1 - 4n$ uma progressão aritmética pertence ao intervalo
- $[-2, -1]$.
 - $[-1, 0]$. (X)
 - $[0, 1]$.
 - $[1, 2]$.
 - $[2, 3]$.
- 17) (ITA) O valor de $y^2 - xz$ para o qual os números $\sin \frac{\pi}{12}$; x , y , z e $\sin 75^\circ$, nessa ordem, formam uma progressão aritmética, é:
- 3^{-4}
 - 2^{-6}
 - 6^{-2}
 - 2^{-5} (X)
 - $\frac{2 - \sqrt{3}}{4}$

Progressões Geométricas

- 01) (ITA) – Em uma progressão geométrica de razão inteira $q > 1$, sabe-se que $a_1 a_n = 243$, $\log_q a_n = 6$ e $\log_q P_n = 20$, onde a_n é o n -ésimo termo da progressão geométrica e P_n é o produto dos n primeiros termos. Então a soma dos n primeiros termos é igual a:

a) $\frac{3^9 - 1}{6}$

b) $\frac{3^{10} - 1}{6}$

c) $\frac{3^8 - 1}{6}$ (X)

d) $\frac{3^9 - 1}{3}$

e) n.d.a.

- 02) (ITA) – Se a soma dos termos da progressão geométrica dada por $0,3 : 0,03 : 0,003 : \dots$ é igual ao termo médio de uma progressão aritmética de três termos, a soma dos termos da progressão aritmética vale:

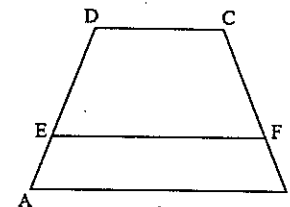
a) $1/3$ b) $2/3$ c) 1 (X) d) 2 e) $1/2$

- 03) (AFA) – Em uma Progressão Geométrica, com n termos, $a_1 = 2$, $a_n = 432$ e $S_n = 518$, tem-se:
- $q < n$
 - $q = n$
 - $q > n$ (X)
 - $q < a_1$
- 04) (EN) – Se $\frac{1}{b} + \frac{1-b}{b} + \frac{(1-b)^2}{b} + \dots + \frac{(1-b)^{n-1}}{b} + \dots = \frac{1}{b^2}$, sobre o valor de b podemos afirmar que:
- $|b| = 1$
 - $b = 4$
 - $b \geq 2$
 - $b < 0$
 - $0 < b < 2$ (X)
- 05) (AFA) – Seja uma progressão geométrica de 3 termos positivos, com razão $\frac{2}{3}$. O primeiro termo, o último e a soma dos 3 termos dessa PG, nessa ordem, formam os três primeiros termos de uma progressão aritmética. A razão entre os termos 24 e 34 dessa PA é:
- 0,4
 - 0,7 (X)
 - 1,4
 - 1,7
- 06) (ITA) – Em uma progressão geométrica de razão q , sabe-se que:
- O produto do logaritmo natural do primeiro termo a_1 pelo logaritmo natural da razão é 24.
 - A soma do logaritmo natural do segundo termo com o logaritmo natural do terceiro termo é 26.
- Se $\ln q$ é um número inteiro então o termo geral a_n vale:
- e^{6n-2} (X)
 - e^{4+6n}
 - e^{24n}
 - e^{4+6^n}
 - n.d.a.
- Notação.: $\ln q$ denota o logaritmo natural (ou neperiano) de q .

- 07) (CN – 2º ano) – Em uma progressão geométrica de termos não nulos, o décimo sétimo termo e o décimo oitavo são expressos, respectivamente, por $x^2 - 9$ e $x - 3$. Calculando-se x de modo que essa PG, tenha um limite para a soma dos seus termos, encontra-se:
- $x > -2$, $x \neq 3$
 - $x < -4$
 - $x \neq \pm 3$
 - $-4 < x < -2$, $x \neq -3$
 - $x < -4$ ou $x > -2$, $x \neq 3$ (X)
- 08) (CN – 2º ano) – Para escrever sob a forma de fração o número $2,3111\dots$, um aluno usou a Progressão Geométrica determinada pela parte periódica desse número. O logaritmo decimal do produto dos n primeiros termos dessa progressão equivale a:
- $-\frac{n}{2}(n-3)$
 - $-\frac{n}{2}(3-n)$
 - $\frac{n}{2}(n+3)$
 - $-\frac{n}{2}(n+3)$ (X)
 - $-\frac{3n}{2}$
- 09) (EsFAO) – A razão da progressão: $7; 7p^2; 7p^4; \dots$ de forma que o limite da soma dos seus termos seja 16, vale:
- 16/9
 - 4/3
 - 7/9
 - 3/4
 - 9/16 (X)
- 10) (ITA) – A soma dos 5 primeiros termos de uma progressão aritmética de razão r é 50 e a soma dos termos de uma progressão geométrica infinita de razão q é 12. Se ambas as progressões tiverem o mesmo termo inicial menor do que 10 e sabendo-se que $q = r^2$, podemos afirmar que a soma dos 4 primeiros termos da progressão geométrica será:
- 623/11
 - 129/32
 - 35/2
 - 765/64 (X)
 - 13

- 11) (ITA) – Seja $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ uma progressão geométrica com um número ímpar de termos e razão $q > 0$. O produto de seus termos é igual a 2^{25} e o termo do meio é 2^5 . Se a soma dos $(n - 1)$ primeiros termos é igual a $2(1 + q)(1 + q^2)$, então:
- $a_1 + q = 16$
 - $a_1 + q = 12$
 - $a_1 + q = 10$
 - $a_1 + q + n = 20$
 - $a_1 + q + n = 11$ (X)
- 12) (EsFAO) – O produto dos oito primeiros termos da progressão geométrica: $1 : \frac{1}{3} : 1 : \dots$ é:
- 3^{10}
 - 3^{15}
 - 3^{20} (X)
 - 3^{30}
 - 3^{12}
- 13) (EsFAO) – O valor de x , de modo que $x - 2, x + 2, x + 17$ estejam em progressão geométrica é:
- $38/11$ (X)
 - $3/4$
 - $20/38$
 - $17/16$
 - $17/2$

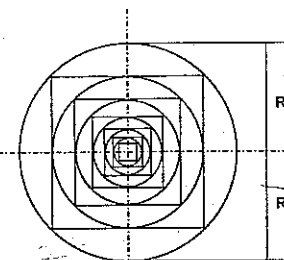
- 14) (CN – 2º ano) – ABCD é um trapézio. O segmento $EF = z$ é paralelo às bases $AB = x$ e $CD = y$ e divide ABCD em dois trapézios semelhantes. Logo x, z e y , nessa ordem, estão em:



- Progressão Geométrica (X)
 - Progressão Aritmética
 - Progressão Harmônica
 - Seqüência, tal que $a_n = a_{n-1} - a_{n-2}, n \in \mathbb{N}^*$
 - Seqüência, tal que $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, n \in \mathbb{N}^*$
- 15) (AFA) – O produto dos 15 primeiros termos da progressão geométrica, de primeiro termo 1 e razão 10, vale:
- 10^{105} (X)
 - 10^{115}
 - 10^{125}
 - 10^{135}
 - n.r.a.
- 16) (AMAN) – A seqüência $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} + \dots$ tem como soma de seus infinitos termos:
- 1
 - ∞
 - 0
 - 2 (X)
 - $\frac{1}{2}$

- 17) (AMAN) – O valor da expressão $\sqrt{5\sqrt{2\sqrt{5\sqrt{2\sqrt{5}}}}}$, quando o número n de radicais cresce indefinidamente, é:
- $\sqrt{5\sqrt{2}}$
 - $\sqrt[3]{50}$ (X)
 - $\sqrt[3]{50} \cdot \sqrt{2}$
 - $\sqrt{10}$
 - $\sqrt{2}$
- 18) (AMAN) – Em uma progressão geométrica crescente, com três elementos, temos que a soma desses elementos é $\frac{19}{9}$ e o produto é $\frac{8}{27}$. O elemento de menor valor dessa PG é:
- $\frac{4}{9}$ (X)
 - $\frac{2}{3}$
 - 10
 - $\frac{1}{3}$
 - $\frac{2}{9}$
- 19) (EsFAO) – Os números $x - 2$; $2x + 1$ e $5x + 10$ determinam, nessa ordem, os 3 primeiros termos de uma progressão geométrica crescente. É possível concluir que:
- $a_4 = 75$
 - $a_4 = 105$
 - $a_4 = 115$
 - $a_5 = 375$
 - $a_5 = 405$ (X)

- 20) (AFA) – A raiz da equação $1 + x + x^2 + x^3 + \dots = 4$ é igual a:
- $-\frac{4}{3}$
 - $-\frac{3}{4}$
 - $\frac{3}{4}$ (X)
 - $\frac{4}{3}$
- 21) (EN) – Em um círculo de raio R inscreve-se um quadrado, nesse quadrado inscreve-se um círculo, nesse círculo um outro quadrado e assim por diante. O limite da soma das áreas dos círculos é:
- $\sqrt{2} \pi R^2$
 - $(\pi + 2) R^2$
 - $2\pi R^2$ (X)
 - $(\sqrt{2} + \pi) R^2$
 - $2\sqrt{2} \pi R^2$
- 22) (IME) Dada uma circunferência de raio R , inscreve-se nela um quadrado. A seguir, inscreve-se uma circunferência nesse quadrado. Esse processo se repete indefinidamente para o interior da figura de maneira que cada quadrado estará sempre inscrito em uma circunferência e simultaneamente circunscrito pro outra. Calcule, em função de R , a soma das áreas delimitadas pelos lados dos quadrados e pelas circunferências que os circunscrevem, conforme mostra a figura.
- Resp: $S = 2R^2(\pi - 2)$



Matrizes

- 01) - (IME) - Determine uma matriz não singular P que satisfaça à equação matricial $P^{-1}A = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, onde $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$.

R.: $\begin{pmatrix} \frac{1}{6} & -2 \\ \frac{5}{6} & -4 \end{pmatrix}$

- 02) (EsPCEx) - Sejam as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ x & y \end{bmatrix}$. Se B é a inversa de A , então $x + y$ vale:

- a) $-\frac{1}{4}$
- b) 0 (X)
- c) $\frac{1}{2}$
- d) $\frac{2}{3}$

- 03) (EN) – Nas proposições abaixo A, B e C são matrizes quadradas de ordem n e A^t é a matriz transposta de A. Coloque V na coluna à direita quando a proposição for verdadeira e F quando for falsa.

- (1) Se $AB = AC$ então $B = C$ ()
 (2) $(AB)^t = A^t B^t$ quaisquer que sejam A e B ()
 (3) $(A + B)^t = A^t + B^t$ quaisquer que sejam A e B ()

Lendo a coluna da direita de cima para baixo encontramos:

- a) V F V (X)
 b) F F F
 c) F F V
 d) V V F
 e) F V F

- 04) (EPCAR) – Se $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{16} & a^2 \\ -27 & \log_3 \frac{1}{81} \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 2^b & 9 \\ a^3 & c \end{bmatrix}$, então $A = B$ se:

- a) $a = -3$ e $b = -c$
 b) $a = 3$ e $b = c$
 c) $a = 3$ e $b = -c$
 d) $a = -3$ e $b = c$ (X)

- 05) (EPCAR) – Se $C = [c_{ij}]$ é a soma das matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & -4 \end{bmatrix}$ é possível afirmar que $\sum_{j=1}^3 C_{1j}$ é igual a:

- a) 0
 b) 2
 c) 3
 d) 16 (X)

- 06) (ITA) – Sejam A e B matrizes reais 3×3 . Se $\text{tr}(A)$ denota a soma dos elementos da diagonal principal de A, considere as afirmações:

- [(I)] $\text{tr}(A^t) = \text{tr}(A)$
 [(II)] Se A é inversível, então $\text{tr}(A) \neq 0$.
 [(III)] $\text{tr}(A + \lambda B) = \text{tr}(A) + \lambda \text{tr}(B)$, para todo $\lambda \in \mathbb{R}$.

Temos que:

- a) todas as afirmações são verdadeiras
 b) todas as afirmações são falsas
 c) apenas a afirmação (I) é verdadeira
 d) apenas a afirmação (II) é falsa (X)
 e) apenas a afirmação (III) é falsa

- 07) (ITA) – Sejam M e B matrizes quadradas de ordem n tais que $M - M^{-1} = B$. Sabendo que $M^t = M^{-1}$ podemos afirmar que:

- a) B^2 é a matriz nula.
 b) $B^2 = -2I$
 c) B é simétrica
 d) B é anti-simétrica (X)
 e) n.d.a.

Notações: M^t e M^{-1} denotam, respectivamente, a matriz transposta de M e a matriz inversa de M. Por I denotamos a matriz identidade de ordem n.

- 08) (AFA) – Sejam as matrizes $A = (a_{ij})_{3 \times 2}$ e $B = (b_{ij})_{2 \times 4}$, com $a_{ij} = -2i + j$ e $b_{ij} = 2i - j$. O elemento c_{33} da matriz $C = (c_{ij})_{3 \times 4} = AB$ é:

- a) -1
 b) 0
 c) 1 (X)
 d) 2

- 09) (CFO) – Se $A = \begin{bmatrix} \cos 15^\circ & -\sin 15^\circ \\ \sin 15^\circ & \cos 15^\circ \end{bmatrix}$, então $2(A \cdot A)$ é:

- a) $\begin{bmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ -1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$
 b) $\begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & -\sqrt{3} \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$ (X)

d) $\begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$

- 10) (EsPCEEx) – A soma dos elementos da segunda linha da matriz 4×3

com $\begin{cases} a_{ij} = 3i - 2j, & \text{se } i \geq j \\ a_{ij} = 2j, & \text{se } i < j \end{cases}$, onde a_{ij} é o elemento da i -ésima linha e j -ésima coluna é:

- a) 15
b) 12 (X)
c) 10
d) 8
e) 20

- 11) (EsFAO) – Sejam as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 5 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 7 & 3 \\ 4 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

e $C = A \cdot B$. O elemento c_{23} é igual a:

- a) 35 (X)
b) 32
c) 21
d) 19
e) 17

- 12) (AMAN) – Sendo $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ e $X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix}$ o valor de x_{22} , de modo que $A \cdot X = I_2$ é:

- a) $2/5$ (X)
b) $1/3$
c) 2
d) 1
e) 0

- 13) (EN) – Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ o valor de A^n ($n \in \mathbb{N}$; $n \geq 1$) é:

- a) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
b) $\begin{bmatrix} n & n \\ 0 & n \end{bmatrix}$
c) $\begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (X)
d) $\begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & n \end{bmatrix}$
e) $\begin{bmatrix} n & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

- 14) (AFA) – Sabendo-se que $\begin{bmatrix} 1 & a \\ b & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$, então ab é igual a:

- a) -1
b) 0 (X)
c) 1
d) 2

- 15) (EsPCEEx) – A soma das raízes da equação $\begin{bmatrix} \cos x & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$, onde $0 < x < 2\pi$, é:

- a) 0
b) $\frac{\pi}{2}$
c) π
d) $\frac{3\pi}{2}$
e) 2π (X)

- 16) (ITA) Sejam A e B matrizes 2×2 tais que $AB = BA$ e que satisfazem à equação matricial $A^2 + 2AB - B = 0$. Se B é inversível, mostre que
- a) $AB^{-1} = B^{-1}A$ e que
- b) A é inversível.

- 17) (IME) – Determine todas as matrizes X, reais, de dimensões 2×2 , tais que $AX = XA$, para toda matriz A real 2×2 .
R.: X deve ser a inversa de A

- 18) (ITA) – Seja A a matriz 3×3 dada por $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Sabendo-se que B é a inversa de A, então a soma dos elementos de B vale:

- a) 1
b) 2 (X)
c) 5
d) 0
e) -2

- 19) (ITA) – Dadas as matrizes reais $A = \begin{bmatrix} 2 & x & 0 \\ y & 8 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & y \\ 0 & 8 & 2 \\ x & 3 & x-2 \end{bmatrix}$. Analise as afirmações:
- I) $A = B \Leftrightarrow x = 3$ e $y = 0$

II) $A + B = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 1 & 16 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow x = 2$ e $y = 1$

III) $A \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} \Leftrightarrow x = 1$

E conclua:

- a) Apenas a afirmação II é verdadeira (X)
b) Apenas a afirmação I é verdadeira
c) As afirmações I e II são verdadeiras

- d) Todas as afirmações são falsas
e) Apenas a afirmação I é falsa

- 20) (ITA) Sejam A e B matrizes quadradas de ordem n tais que $AB = A$ e $BA = B$. Então, $[(A + B)^t]^2$ é igual a
- a) $(A + B)^2$.
b) $2(A^t \cdot B^t)$.
c) $2(A^t + B^t)$. (X)
d) $A^t + B^t$.
e) $A^t B^t$

- 21) (ITA) Sendo x um número real positivo, considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} \log_{1/3} x & \log_{1/3} x^2 & 1 \\ 0 & -\log_3 x & 1 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 0 & \log_{1/3} x^2 \\ 1 & 0 \\ -3\log_{1/3} x & -4 \end{pmatrix}. \text{ A soma de}$$

todos os valores de x para os quais $(AB) = (AB)^T$ é igual a

- a) $\frac{25}{3}$.
b) $\frac{28}{3}$. (X)
c) $\frac{32}{3}$.
d) $\frac{27}{2}$.
e) $\frac{32}{3}$.

Determinantes

01) (EsPCEX) – Sejam A, B e C matrizes reais $n \times n$. Com relação às seguintes afirmações:

I) $A(BC) = (AB)C$

II) $AB = BA$

III) $\det(AB) = \det A \cdot \det B$

IV) $\det(A + B) = \det A + \det B$

podemos afirmar que:

a) I e II são verdadeiras

b) II e III são verdadeiras

c) III e IV são verdadeiras

d) I e III são verdadeiras (X)

e) I e IV são verdadeiras

02) (EPCAR) – O determinante da matriz $A = (a_{ij})$, de ordem 3, onde

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{se } i \neq j \\ 3i - j & \text{se } i = j \end{cases} \text{ é igual a:}$$

a) 0

b) 12

c) 24

d) 48 (X)

- 03) (EPCAR) – Para multiplicar o determinante de uma matriz por um número $K \neq 0$, multiplica-se:
- a) a matriz por K
 - b) uma linha da matriz por K (X)
 - c) todas as linhas da matriz por K
 - d) uma linha e uma coluna da matriz por K
- 04) (ITA) – Dizemos que duas matrizes $n \times n$ A e B são semelhantes se existe uma matriz $n \times n$ inversível P tal que $B = P^{-1}AP$. Se A e B são matrizes semelhantes quaisquer, então:
- a) B é sempre inversível. (X)
 - b) se A é simétrica, então B também é simétrica.
 - c) B^2 é semelhante a A .
 - d) se C é semelhante a A , então BC é semelhante a A^2 .
 - e) $\det(\lambda I - B) = \det(\lambda I - A)$, onde λ é um real qualquer.
- 05) (AFA) – Se A é uma matriz quadrada de ordem 2, então:
- a) $\det(2A) = 2 \det A$
 - b) $\det(A^2) = (\det A)^2$ (X)
 - c) $\det A = 0$ se, e somente se, $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
 - d) $\det A = 1$ se, e somente se, $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 06) (AFA) – O determinante associado à matriz $M = \begin{pmatrix} a & a & a & a \\ a & x & x & x \\ a & x & y & y \\ a & x & y & 1 \end{pmatrix}$ é igual a:
- a) $a(x-a)(y-x)^2$
 - b) $a(x-a)^2(1-y)$
 - c) $a(1-x)(1-y)(x-a)$
 - d) $a(x-a)(y-x)(1-y)$ (X)

- 07) (EN) – Se $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$, o determinante da transposta da matriz $2A - BC$ vale:
- a) -4
 - b) -2 (X)
 - c) 0
 - d) 2
 - e) 4
- 08) (AFA) – Considere as matrizes $A = (a_{ij})_{2 \times 2}$ e $B = (b_{ij})_{2 \times 2}$ definidas por $a_{ij} = x^i - x^j$ e $b_{ij} = (i+j)x$, $x \in \mathbb{R}^*$. Se a função $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ é definida por $f(x) = \frac{1}{x}$, então para $x = \frac{\det B}{\det A}$, o valor de $f(x)$ é:
- a) $(x-1)^2$
 - b) $(x-2)^2$
 - c) $-(x-1)^2$ (X)
 - d) $-(x-2)^2$
- 09) (AFA) – Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} \sin \theta & 0 & \cos \theta & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, é correto afirmar que:
- a) A nunca é inversível
 - b) se A é inversível, então $0 \leq \theta \leq \pi$
 - c) A é inversível independentemente do valor de θ
 - d) A é inversível se, e somente se, $\theta \neq n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$. (X)
- 10) (ITA) – Sejam m e n números reais com $m \neq n$ e as matrizes:
- $$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
- Para que a matriz $mA + nB$ seja não inversível é necessário que:
- a) m e n sejam positivos
 - b) m e n sejam negativos
 - c) m e n tenham sinais contrários

d) $n^2 = 7 m^2$

e) n.d.a. (X)

- 11) (IME) – Determine o valor de
- x
- para que:

Resp. $x = -2$ ou $x = 4/7$

$$\begin{vmatrix} x & 2 & 4 & 6 \\ x & x+2 & 0 & 10 \\ x^2 & 0 & 4x & 4 \\ x & 4 & 10 & x-2 \end{vmatrix} = 0$$

- 12) (AFA) – Dados
- a
- ,
- b
- e
- c
- ângulos quaisquer, qual o valor do determinante da matriz
- A
- ?

$$A = \begin{vmatrix} \cos^2 a & \cos 2a & \sin^2 a \\ \cos^2 b & \cos 2b & \sin^2 b \\ \cos^2 c & \cos 2c & \sin^2 c \end{vmatrix}$$

a) -1 b) 0 (X)c) $\frac{1}{2}$ d) 1

- 13) (AFA) – Sejam
- A
- ,
- B
- e
- C
- matrizes reais quadradas de ordem 3 que satisfazem as relações
- $AB = C^{-1}$
- e
- $B = 2A$
- . Se
- $\det C = 1/32$
- , o valor de
- $|\det A|$
- é:

a) 1 b) 2 (X)c) 3 d) 4

- 14) (CFO) – Se
- $a \neq b \neq c$
- e
- $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 + x \end{vmatrix} = 0$
- então
- x
- é igual a:

a) $(a-b)(a-c)(c-b)$ b) $(a-c)(c-b)$ (X)c) $(a-c)(b-c)$ d) $a+b+c$ e) $(b-a)(b-c)(c-a)$

- 15) (EsPCEx) – O conjunto solução da inequação é:

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & -30 & 29 \\ 0 & x & -6 & 5 \\ 0 & 1 & x & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \leq 0$$

a) $[2, 4]$ b) $[1, 3]$ c) $[1, 2]$ d) $[2, 3]$ (X)e) $[1, 4]$

- 16) (EsPCEx) – Sendo
- d
- o determinante da matriz:

$$\begin{bmatrix} 10^{x \log 10} & 0 & 0 \\ 0 & \log 100 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, \text{ então } \log d \text{ vale:}$$

a) $x + 1$ (X)b) $2x + 1$ c) $x - 1$ d) $2x - 1$ e) x

- 17) (EsPCEx) – Dadas as matrizes
- $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- e
- $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

e sendo $N = 50 + \det(A \cdot B)$, então o valor de N é igual a:a) 0 b) 50 (X)c) 100 d) 150

- 18) (EsPCEx) – Considere a matriz
- $A = \begin{bmatrix} \sin x & 2 \\ \log_3 10 & 2 \sin x \end{bmatrix}$
- , onde
- $x \in \mathbb{R}$
- .

Então podemos afirmar que A é inversível:a) para $x > 0$ b) apenas para $x = 0$ c) para qualquer x (X)d) apenas para $x = 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

- 19) (EsFAO) – Considere as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$$

Se a matriz X é tal que $2A + 3X = 4B$, então o valor do determinante de X é:

- a) -24
 - b) -20
 - c) -16 (X)
 - d) 20
 - e) 24
- 20) (AFA) – Considere a matriz real $A = (a_{ij})_{n \times n}$ e suponha $n \geq 2$. Então, é possível afirmar que:
- a) A é inversível se $a_{ij} = 0$, para $i = j$.
 - b) $\det A \neq 0$, se $a_{ij} = 1$, para $j > i$ e $a_{ij} = 0$, para $i \leq j$
 - c) $\det A^k = 1$ para todo inteiro $k \geq 1$, se $a_{ij} = 1$, para $j \geq i$ e $a_{ij} = 0$, para $i < j$ (X)
 - d) Se $|\det A^p| = 1$, para algum $p \in I = \{1, 2, 3, \dots\}$, então $\det A^{p+q} = 1$, para todo $q \in I$.
 - e) n.r.a.
- 21) (AFA) – Assinale a afirmação CORRETA:
- a) O determinante de matrizes não nulas pode ser nulo. (X)
 - b) É possível calcular o determinante de qualquer matriz real.
 - c) Dadas as matrizes reais A e B ; se $\det A = \det B$, então $\det (AB) = \det (A) \det (B)$.
 - d) Se A é uma matriz quadrada de ordem $n = 10^{10}$, então é impossível calcular o seu determinante.
 - e) n.r.a.

- 22) (AMAN) – O determinante da matriz:

$$M = \begin{vmatrix} 1 & \log_b a \\ \log_a b & 1 \end{vmatrix}, \text{ é:}$$

- a) ϕ
 - b) 1
 - c) $\log_b a$
 - d) 2
 - e) 0 (X)
- 23) (AMAN) – Seja um triângulo qualquer ABC , de lados a, b, c , respectivamente, então o determinante de $M = \begin{vmatrix} a & b \\ \sin \hat{A} & \sin \hat{B} \end{vmatrix}$, vale:
- a) $\{0\}$ (X)
 - b) $\{2; 3\}$
 - c) $\{1\}$
 - d) $\{\sqrt{2}\}$
 - e) $\{\pi; 3\}$
- 24) (EsFAO) – O determinante da matriz $A = (a_{ij})_{2 \times 2}$ onde $a_{ij} = 2i^2 + j$ vale:
- a) -66
 - b) -6 (X)
 - c) zero
 - d) 6
 - e) 66
- 25) (EsFAO) – Sendo $A = (a_{ij})$ uma matriz quadrada de ordem 3 tal que $\det A = k$; $k \in \mathbb{R}^*$. Assinale a alternativa correta:
- a) $\det A^{-1} = -k$
 - b) $\det A^2 = 2k$
 - c) $\det 2A = 8k$ (X)
 - d) $\det A' = -k$
 - e) $\det (A/2) = k/2$

26) (AFA) – Se $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ x & y & 5 \end{vmatrix} = 6$ e $\begin{vmatrix} 3 & 1 & x \\ 2 & y & -1 \\ 0 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 47$, então, $x + y$ vale:

- a) 5 (X)
b) 6
c) 7
d) 8

27) (AFA) – Sendo a real, o valor do determinante

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & 1+a & 2+a \\ a^2 & (1+a)^2 & (2+a)^2 \end{vmatrix} \text{ é:}$$

- a) 2 (X)
b) 3
c) 4
d) 5

28) (EN) – Se $x \in [0, 2\pi]$, o número de soluções da equação:

$$\sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x - 2 \sin^2 x + 1 = \det \begin{bmatrix} \cos x & \sin^2 x & 1 \\ \cos x & \sin x & 0 \\ \cos x & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- a) 1
b) 2
c) 3
d) 4 (X)
e) 6

29) (EsPCEX) – Sendo d o determinante da matriz

$$\begin{bmatrix} 10^{\log 2} & 0 & 0 \\ 0 & \log 100 & 0 \\ 0 & 0 & 2^{\log 2} \end{bmatrix}$$

então o $\log_2 d$ vale:

- a) $4x + 1$ (X)
b) $4x^2 + 1$
c) $4x^2 - 1$
d) $4x - 1$
e) $4x^2$

30) (ITA) – Sejam A e I matrizes reais quadradas de ordem 2, sendo I a matriz identidade. Por T denotamos o traço de A , ou seja, T é a soma dos elementos da diagonal principal de A . Se $T \neq 0$ e λ_1, λ_2 são raízes da equação $\det(A - \lambda I) = \det(A) - \det(\lambda I)$, então:

- a) λ_1 e λ_2 independem de T
b) $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = T$
c) $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = 1$
d) $\lambda_1 + \lambda_2 = T/2$ (X)
e) $\lambda_1 + \lambda_2 = T$

31) (ITA) – Sejam A e P matrizes reais quadradas de ordem n tais que A é simétrica (isto é, $A = A^t$) e P é ortogonal (isto é, $P P^t = I = P^t P$), P diferente da matriz identidade. Se $B = P^t A P$ então:

- a) AB é simétrica
b) BA é simétrica
c) $\det A = \det B$ (X)
d) $BA = AB$
e) B é ortogonal

32) (ITA) – Seja A uma matriz real quadrada de ordem n e $B = I - A$, onde I denota a matriz identidade de ordem n . Supondo que A é inversível e idempotente (isto é, $A^2 = A$) considere as afirmações:

- 1) B é idempotente
2) $AB = BA$
3) B é inversível
4) $A^2 + B^2 = I$
5) AB é simétrica

Com respeito a essas afirmações temos:

- a) Todas são verdadeiras
b) Apenas uma é verdadeira
c) Apenas duas são verdadeiras
d) Apenas três são verdadeiras (X)
e) Apenas quatro são verdadeiras

- 33) (ITA) – Sabendo-se que a soma das raízes da equação

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ x & 0 & x & 0 \\ 0 & b & x & x \\ b & x & 2 & b \end{vmatrix} = 0$$

é $-8/3$ e que S é o conjunto dessas raízes, podemos afirmar que:

- a) $S \subset [-17, -1]$
 b) $S \subset [1, 5]$
 c) $S \subset [-1, 3]$
 d) $S \subset [-10, 0]$ (X)
 e) $S \subset [0, 3]$

- 34) (EsPCEEx) – Para todo x e y reais, com $x \neq \pm y$, o quociente entre os

determinantes $\frac{\begin{vmatrix} x+y & x-y & 0 \\ 0 & 1 & y \\ 0 & x & x^2+y^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x & y \\ y & x \end{vmatrix}}$ é equivalente a:

- a) $\frac{x^2 - xy + y^2}{x - y}$ (X)
 b) $\frac{x^2 + xy + y^2}{x + y}$
 c) $\frac{x^2 - xy - y^2}{x - y}$
 d) $\frac{x^2 + xy + y^2}{x - y}$
 e) $\frac{x^2 - xy - y^2}{x + y}$

- 35) (EsPCEEx) – Considere a matriz quadrada $A = \begin{bmatrix} \sin 18^\circ & \cos 72^\circ \\ \sin 36^\circ & \cos 54^\circ \end{bmatrix}$
 O valor do determinante de A é:

- a) -2
 b) -1
 c) 0 (X)
 d) 1
 e) 2

- 36) (IME) – Calcule o valor do determinante abaixo:

$$D_n = \begin{vmatrix} m+x & m & m & m & \dots & m \\ m & m+x & m & m & \dots & m \\ m & m & m+x & m & \dots & m \\ m & m & m & m+x & \dots & m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m & m & m & m & \dots & m+x \end{vmatrix}$$

R.: $x^{n-1}(m+x)$

- 37) (ITA) Se a matriz

$$\begin{bmatrix} \cos 25^\circ & \sin 65^\circ \\ \sin 120^\circ & \cos 390^\circ \end{bmatrix}$$

O valor de seu determinante é

- a) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
 b) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
 c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 d) 1
 e) 0 (X)

- 38) (ITA) Seja $x \in \mathbb{R}$ e a matriz $A = \begin{bmatrix} 2^x & (x^2+1)^{-1} \\ 2^x & \log_2 5 \end{bmatrix}$.
Assinale a opção correta.
- $\forall x \in \mathbb{R}$, A possui inversa. (X)
 - Apenas para $x > 0$, A possui inversa.
 - São apenas dois os valores de x para os quais A possui inversa.
 - Não existe valor de x para o qual A possui inversa.
 - Para $x = \log_2 5$, A não possui inversa.
- 39) (ITA) Sejam A e P matrizes $n \times n$ inversíveis e $B = P^{-1}AP$. Das afirmações:
- B^T é inversível é $(B^T)^{-1} = (B^{-1})^T$.
 - Se A é simétrica, então B também o é.
 - $\det(A - \lambda I) = \det(B - \lambda I)$, $\forall \lambda \in \mathbb{R}$.
- é(são) verdadeira(s):
- todas.
 - apenas I.
 - apenas I e II.
 - apenas I e III. (X)
 - apenas II e III.
- 40) (ITA) Considere as afirmações dadas a seguir, em que A é uma matriz quadrada $n \times n$, $n \geq 2$.
- O determinante de A é nulo se, e somente se, A possui uma linha ou uma coluna nula.
 - Se $A = (a_{ij})$ é tal que $a_{ij} = 0$ para $i > j$, com $i, j = 1, 2, \dots, n$, então $\det A = a_{11}a_{22}\dots a_{nn}$.
 - Se B for obtida de A, multiplicando-se a primeira coluna por $\sqrt{2} + 1$ e a segunda $\sqrt{2} - 1$, mantendo-se inalteradas as demais colunas, então $\det B = \det A$.
- Então, podemos afirmar que é(são) verdadeira(s)
- apenas II.
 - apenas III.
 - apenas I e II.
 - apenas II e III. (X)
 - todas.

- 41) (ITA) Considere as matrizes reais $M = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ em

que $a \neq 0$ e a, b e c formam, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão $q > 0$. Sejam λ_1, λ_2 e λ_3 as raízes da equação $\det(M - \lambda I) = 0$. Se $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = a$ e $\lambda_1 + \lambda_2 = \lambda_3 = 7a$, então $a^2 + b^2 + c^2$ é igual a

- $\frac{21}{8}$. (X)
- $\frac{91}{9}$.
- $\frac{36}{9}$.
- $\frac{21}{16}$.
- $\frac{91}{36}$.

- 42) (ITA) Sejam a, b, c e d números reais não-nulos. Exprima o valor do determinante da matriz

$$\begin{bmatrix} bcd & 1 & a & a^2 \\ acd & 1 & b & b^2 \\ abd & 1 & c & c^2 \\ abc & 1 & d & d^2 \end{bmatrix} \text{ na forma de um produto de números reais.}$$

Resp. $(b - a)(c - a)(c - b)(d - a)(d - b)(d - c)$

Sistemas Lineares

- 01) (EsPCEX) – A soma dos valores reais de a que tornam o sistema

$$\begin{cases} 3^{2a+1}x + y = 1 \\ x + y = 0 \end{cases} \text{ possível e determinado é:}$$

$$(10 \cdot 3^a - 3)x + y = 1$$

- a) 0 (X)
- b) 2
- c) 3
- d) 5
- e) 6

- 02) (EsPCEX) – A equação matricial $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ a & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3 \\ -1 \end{Bmatrix}$ tem uma única solução para:

- a) $a \neq 2$
- b) $a = 2$
- c) $a \neq 1/2$ (X)
- d) $a = 1/2$
- e) $a = -1/2$

- 03) (ITA) – Seja $A \in M_{3 \times 3}$ tal que $\det A = 0$. Considere as afirmações:
- I) Existe $X \in M_{3 \times 1}$ não nula tal que AX é identicamente nula.
- II) Para todo $Y \in M_{3 \times 1}$, existe $X \in M_{3 \times 1}$ tal que $AX = Y$.
- III) Sabendo que $A \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, então a primeira linha da transposta de A é $[5 \ 1 \ 2]$.
- Temos que:
- a) Todas são falsas
- b) Apenas (II) é falsa (X)
- c) Todas são verdadeiras
- d) Apenas (I) e (II) são verdadeiras
- e) n.d.a.
- 04) (EsPCEx) – Os valores de a e b , para que o sistema $\begin{cases} 6x + ay + 8z = 0 \\ x + y + 3z = -5 \\ 6x + y + 13z = b \end{cases}$ seja indeterminado, são respectivamente:
- a) 2 e -4
- b) 8 e 6
- c) -4 e -15 (X)
- d) 8 e 2
- e) -4 e 8
- 05) (ITA) – Sejam a, b, c, d números reais não nulos que estão nessa ordem em progressão aritmética. Sabendo que o sistema abaixo $\begin{cases} 4 \cdot 2^a \cdot x + 2^c \cdot y = \frac{2}{3} \cdot 2^b \\ 3^d \cdot x + 9 \cdot 3^b \cdot y = 81 \end{cases}$ é possível e indeterminado, podemos afirmar que a soma dessa progressão aritmética é:
- a) 13
- b) 16
- c) 28
- d) 30
- e) n.d.a. (X)

- 06) (EPCAR) – O valor de m para que o sistema $\begin{cases} mx + y = 0 \\ -x + y = 0 \end{cases}$ seja indeterminado é:
- a) -1 (X)
- b) 0
- c) 1
- d) 2
- 07) (ITA) – Se S é o conjunto dos valores de a para os quais o sistema:
- $$\begin{aligned} x + y + z &= 0 \\ x + (\log_3 a)^2 y + z &= 0 \\ 2x + 2y + \left(\log_3 \frac{27}{a}\right) z &= 0 \end{aligned}$$
- é indeterminado, então:
- a) $S \subset [-3, 3]$ (X)
- b) S é vazio
- c) $S \subset [2, 4]$
- d) $S \subset [1, 3]$
- e) $S \subset [0, 1]$
- 08) (AFA) – O sistema $\begin{cases} a^3 x + 2ay = b \\ 2ax + y = c \end{cases}$ é homogêneo e determinado, se, e somente se,
- a) $a \neq 4$ e $b = c = 0$
- b) $a \neq 0$ e $a \neq 4$ e $b = c$
- c) $a \neq 0$ e $a \neq 4$ e $b = c = 0$ (X)
- d) $a \neq 0$ e $a = 4$, $b \neq 0$ e $c \neq 0$
- 09) (AFA) – Os valores de m , para os quais o sistema $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x - 3y + 2z = 0 \\ 4x + 3y + mz = 0 \end{cases}$ admite somente a solução $x = y = z = 0$, são
- a) $m = 4$
- b) $m > 0$
- c) $m \neq 4$ (X)
- d) $m < 5$

- 10) (EN) – O valor de
- x
- no sistema

$$\begin{cases} ax + by + cz = 0 \\ a^2x + b^2y + c^2z = 0 \\ a^3x + b^3y + c^3z = a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \end{cases}$$

onde a , b e c representam números diferentes é:

- a) $\frac{c-a}{b}$
 b) $\frac{b-c}{a}$ (X)
 c) $\frac{a-b}{c}$
 d) $\frac{a-c}{c}$
 e) $\frac{c-a}{c}$
- 11) (EN) – O sistema de equações $\begin{cases} mx + y = 2 \\ x - y = m \\ x + y = 2 \end{cases}$ é impossível se e somente se
- a) $m = 1$
 b) $m = -2$
 c) $m = 1$ ou $m = -2$
 d) $m \neq -2$
 e) $m \neq 1$ e $m \neq -2$ (X)
- 12) (ITA) Em uma mesa de uma lanchonete, o consumo de 3 sanduíches, 7 xícaras de café e 1 pedaço de torta totalizou R\$ 31,50. Em outra mesa, o consumo de 4 sanduíches, 10 xícaras de café e 1 pedaço de torta totalizou R\$ 42,00. Então, o consumo de 1 sanduíche, 1 xícara de café e 1 pedaço de torta totaliza o valor de
- a) R\$ 17,50.
 b) R\$ 16,50.
 c) R\$ 12,50.
 d) R\$ 10,50. (X)
 e) R\$ 9,50.

- 13) (AFA) – Os valores de k , que fazem o sistema $\begin{cases} x - z = 0 \\ kz + y + 3z = 0 \\ x + ky + 3z = 1 \end{cases}$

admitir uma única solução real, pertencem ao conjunto:

- a) $R - \{1, 3\}$
 b) $R - \{1, -4\}$ (X)
 c) $R - \{-1, 4\}$
 d) $R - \{1, -3\}$
- 14) (ITA) – Se (x, y, z, t) é solução do sistema $\begin{cases} x - y + 2z - t = 0 \\ 3x + y + 3z + t = 0 \\ x - y - z - 5t = 0 \end{cases}$
- qual das alternativas abaixo é verdadeira?
- a) $x + y + z + t$ e x têm o mesmo sinal
 b) $x + y + z + t$ e t têm o mesmo sinal
 c) $x + y + z + t$ e y têm o mesmo sinal (X)
 d) $x + y + z + t$ e z têm o mesmo sinal
 e) n.d.a.

- 15) (AFA) – Dado o sistema $AX = B$, com $X = (x_{ij})_{3 \times 3}$,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -6 \\ 0 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & -9 \end{bmatrix}, \text{ podemos afirmar que:}$$

- a) $x_{13} = \frac{1}{2}x_{22} = -\frac{3}{4}x_{33}$
 b) $x_{12} = \frac{2}{5}x_{22} = -\frac{3}{7}x_{31}$
 c) $x_{11} = \frac{4}{5}x_{32} = -\frac{1}{2}x_{13}$ (X)
 d) $x_{13} = \frac{2}{5}x_{31} = -\frac{3}{2}x_{33}$

- 16) (ITA) – Considere o sistema:

$$(P) = \begin{cases} x + z + w = 0 \\ x + ky + k^2w = 1 \\ x + (k+1)z + w = 1 \\ x + z + kw = 2 \end{cases}$$

Podemos afirmar que (P) é possível e determinado quando:

- a) $k \neq 0$
 b) $k \neq 1$
 c) $k \neq -1$
 d) $k \neq 0$ e $k \neq 1$ (X)
 e) n.d.a.
- 17) (CFO) – Para que os valores reais de p e q o sistema abaixo não admite solução?

$$\begin{cases} 3x + py + 4z = 0 \\ x + y - 3z = -5 \\ 2x - 3y + z = q \end{cases}$$

Resp $p = -44/7$ e $q \neq -25/13$

- 18) (EsPCEEx) – O sistema de equações $\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ x + y - 2z = -1 \\ 2x + 4y - 2z = 2 \end{cases}$

- a) não admite solução
 b) admite apenas uma solução
 c) admite apenas duas soluções
 d) admite infinitas soluções (X)

e) admite apenas a solução $\left(1, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$

- 19) (EsPCEEx) – O sistema: $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ x - 3y - z = 2 \\ 4x + 3y + 2z = 5 \end{cases}$ é:

- a) possível e indeterminado. (X)
 b) possível e determinado, sendo $(1, -1, 2)$ a solução.
 c) impossível.
 d) possível e indeterminado. Sendo $(2, 3, -7)$ uma solução.

- 20) (EsPCEEx) – Os valores de λ para os quais o sistema:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ x - \lambda y + z = 0 \\ \lambda x - y - z = 0 \end{cases}$$

tem solução diferente da trivial são:

- a) 0 ou 1
 b) -1 ou 1
 c) 0 ou 1/2
 d) -1 ou 0 (X)

- 21) (EsPCEEx) – Dizemos que dois sistemas de equações lineares são equivalentes se, e somente se, toda solução de um dos sistemas for solução do outro reciprocamente.

Considerando as seguintes afirmações

- I) Dois sistemas de equações lineares 3×3 , ambos homogêneos, são equivalentes.
 II) Dois sistemas de equações lineares 3×3 , ambos indeterminados, são equivalentes.
 III) Os dois sistemas de equações lineares dados a seguir são equivalentes.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ y + z = 8 \\ x + y + z = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ x - y + z = 4 \\ 4x - y + 2z = 14 \end{cases}$$

Nessas condições podemos afirmar que:

- a) apenas I e III são verdadeiras
 b) apenas II e III são falsas
 c) apenas I é verdadeira
 d) as três afirmativas são falsas (X)

22) (AFA) – Considere o sistema linear:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

onde $a_{ij} \in \mathbb{R}$, $b_i \in \mathbb{R}$; $1 \leq i, j \leq n$.

A afirmação correta está contida na alternativa:

- a) A solução nula é a única solução do sistema.
- b) O conjunto das soluções do sistema contém a solução nula.
- c) Se $(r_1, r_2, \dots, r_n)$ é a solução do sistema, então $(kr_1, kr_2, \dots, kr_n)$ também é solução.
- d) Se $a_{ij} \neq 0$, para $1 \leq i, j < n$ e $b_i \neq 0$, para $1 \leq i \leq n$, então o sistema pode não ter solução. (X)
- e) n.r.a.

23) (EN) – A equação matricial

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ k \end{bmatrix}$$

- a) é impossível para todos os valores de k .
- b) admite solução qualquer que seja k .
- c) admite solução somente se $k = 4$
- d) admite solução somente se $k = 8$
- e) admite solução somente se $k = 12$ (X)

24) (AMAN) – A relação entre m e n para que o sistema:

$$\begin{cases} x + 2y - nz = 8 \\ 3x - 2y + z = 0 \\ 2x + 4y - mz = 14 \end{cases}, \text{ seja determinado é:}$$

- a) $2m > n$
- b) $m < 3n$
- c) $m = n$
- d) $m \neq 2n$ (X)
- e) $m = n \neq 0$

25) (AMAN) – O valor de k para que o sistema; $\begin{cases} x + 2y + 3z = 2 \\ 2x - 5z = 1 \\ kx - y = 11 \end{cases}$, venha ser indeterminado é:

- a) $\frac{12}{10}$
- b) $-\frac{11}{10}$ (X)
- c) $\frac{20}{100}$
- d) $\frac{-32}{1000}$
- e) $-\frac{1}{10}$

26) (AFA) – O sistema de equações lineares $\begin{cases} 3x + ky + z = 0 \\ 5x + 4y + 5z = 0 \\ x + y + kz = 0 \end{cases}$ admite mais de uma solução se:

- a) $k = \frac{7}{6}$
- b) $k = \frac{7}{5}$ ou $k = 2$ (X)
- c) $k = \frac{7}{3}$ ou $k = 2$
- d) $k = \frac{7}{2}$ ou $k = 2$

27) (EsPCEEx) – Sabendo que (x, y, z) é solução do sistema $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + 2z = 3 \\ 2x + 3y - z = \end{cases}$ o valor de $x^2 + y^2 + z^2$ é:

- a) 5 (X)
- b) 6
- c) 7
- d) 9
- e) 10

- 28) (EN) – Para que o sistema $\begin{cases} 3x + 2y = 4m + 4 \\ 2x - (p+3)y = -1 \end{cases}$, seja impossível deve se ter:
- a) $m = -11/8$ e $p = -13/3$
 b) $p \neq -13/3$ e $m = -11/8$
 c) $p \neq 13/3$ e $m \in]-2, 1]$
 d) $m \neq -11/8$ e $p \in]-5, -3]$ (X)
 e) $m = -11/8$ e $p \in]-5, 4]$

- 29) (EN) – O conjunto de valores de λ para os quais há uma infinidade de matrizes X tais que:

$$\begin{pmatrix} \lambda-4 & 8 & -4 \\ -1 & \lambda & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ é:}$$

- a) $\{1, 4\}$
 b) $\{-2, 2\}$
 c) $\{-2\}$
 d) $\{2\}$ (X)
 e) $\{4\}$
- 30) (EsPCEEx) – O valor de m, para que o sistema $\begin{cases} -x - 2y + 3z = 0 \\ 2x + y - 4z = 0 \\ 4x + my - 10z = 0 \end{cases}$ admita soluções além da solução trivial é:
- a) 1
 b) 3
 c) 5 (X)
 d) 7
 e) 9

- 31) (ITA) – O sistema abaixo, nas incógnitas x, y e z,

$$3^a x - 9^a y + 3z = 2^a$$

$$3^{a+1} x - 5y + 9z = 2^{a+1}$$

$$x + 3^{a-1} y + 3^{a+1} z = 1$$

é possível e determinado quando o número a é diferente de:

- a) $\log_3 2$ e $\frac{1}{2}(-1 + \log_2 5)$
 b) $\log_2 3$ e $\frac{1}{2} \log_2 5$

- c) $\log_2 1$ e $\frac{1}{2} \log_2 3$
 d) $\frac{1}{2}(-1 + \log_2 1)$ e $\frac{1}{2}(-1 + \log_2 3)$
 e) $\log_3 1$ e $\frac{1}{2}(-1 + \log_3 5)$ (X)

- 32) (ITA) – Analisando o sistema $\begin{cases} 3x - 2y + z = 7 \\ x + y - z = 0 \\ 2x + y - 2z = -1 \end{cases}$ concluímos que esse é:

- a) possível e determinado com $xyz = 7$
 b) possível e determinado com $xyz = -8$
 c) possível e determinado com $xyz = 6$ (X)
 d) possível e indeterminado
 e) impossível

- 33) (EsPCEEx) – Os valores de K, para os quais o sistema $\begin{cases} x - z = 1 \\ Kx + y + 3z = 0 \\ x + Ky + 3z = 1 \end{cases}$ tenha solução única são:

- a) $K = 1$ ou $K = -4$
 b) $K \neq 1$ ou $K = -4$
 c) $K \neq 1$ ou $K \neq -4$ (X)
 d) $K \neq -1$ ou $K = 4$

- 34) (IME) – Determine α para que seja impossível o sistema:

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 3x - y + 5z = 2 \\ 4x + y + (\alpha^2 - 14)z = \alpha + 2 \end{cases}$$

R.: -4

- 35) (IME) – Resolva e interprete, geometricamente, o sistema matricial abaixo, em função de α e β .

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 5 & -6 & 7 \\ 6 & 8 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -8 \\ \beta \end{bmatrix}$$

R.: Retas concorrentes:
 $\alpha \neq -20, \forall \beta \in \mathbb{R}$; coincidentes: $\alpha = -20, \beta = 33$;
 paralelas: $\alpha = -20, \beta \neq 33$

- 36) (EsPCEEx) – A soma das soluções do sistema $\begin{cases} x - y + z = 8 \\ 2x + y + z = 5 \\ x + 2y - z = -8 \end{cases}$ é:
- a) 4 (X)
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8
- 37) (EsPCEEx) – O sistema $\begin{cases} 3x + ky + z = 0 \\ 5x + 4y + 5z = 0 \\ x + y + kz = 0 \end{cases}$ admite mais de uma solução se, e somente se,:
- a) $k = \frac{7}{6}$
b) $k = \frac{7}{5}$ ou $k = 2$ (X)
c) $k = 7$ ou $k = -2$
d) $k = \frac{2}{3}$ ou $k = \frac{1}{2}$
e) $k = 0$
- 38) (EsPCEEx) – O valor de m para que o sistema $\begin{cases} mx + y + z = 0 \\ 2x + my + 2z = 0 \\ mx + 2y + mz = 0 \end{cases}$ admita soluções não nulas é:
- a) $m = 1$ ou $m = -2$ ou $m = 2$ (X)
b) $m = +\frac{1}{2}$ ou $m = -2$ ou $m = 2$
c) $m \neq -1$ ou $m \neq -2$ ou $m \neq 2$
d) $m \neq -\frac{1}{2}$ ou $m \neq -2$ ou $m \neq 2$
- 39) (AFA) – Os valores de m , para os quais o sistema $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x - 3y + 2z = 0 \\ 4x + 3y + mz = 0 \end{cases}$ admite somente a solução $x = y = z = 0$, são:
- a) $m = 4$
b) $m > 0$
c) $m \neq 4$ (X)
d) $m < 5$

- 40) (EsFAO) – O valor de k para que o sistema

$$\begin{cases} x - 3z = -3 \\ 2x + ky - z = -2 \\ x + 2y + kz = 1 \end{cases}$$

não tenha nenhuma solução é:

- a) $k \neq 2$
b) $k = -5$ (X)
c) $k = 2$
d) $k = 0$
e) $k \neq -5$

- 41) (ITA) O sistema linear $\begin{cases} bx + y = 1 \\ by + z = 1 \\ x + bz = 1 \end{cases}$ não admite solução se e somente se o número real b for igual a

- a) -1 . (X)
b) 0 .
c) 1 .
d) 2 .
e) -2 .

- 42) (EsPCEEx) Em um grupo de três crianças de idades diferentes foi notado que a soma das duas idades menores menos a do maior é igual a 2 anos e que a menor idade mais o dobro da maior é igual a 28 anos. As idades são números inteiros positivos. Dentre todas as possibilidades, existe uma em que a soma das idades das crianças é a maior possível, observando-se sempre o fato de as crianças terem idades diferentes. Essa soma, em anos, é:
- a) 20
b) 22
c) 24
d) 26 (X)
e) 28

43) (ITA) Considere as matrizes $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

Se X é solução de $M^{-1}NX = P$, então $x^2 + y^2 + z^2$ é igual a

- a) 35. (X)
- b) 17.
- c) 38.
- d) 14.
- e) 29.

- 44) (ITA) O número de todos os valores de $a \in [0, 2\pi]$, distintos, para os quais os sistemas nas incógnitas x , y e z dado por

$$\begin{cases} -4x + y - 6z = \cos 3a \\ x + 2y - 5z = \sin 2a \\ 6x + 3y - 4z = -2\cos a, \end{cases}$$

é possível e não-homogêneo, é igual a:

- a) 2(X)
- b) 3
- c) 4
- d) 5
- e) 6

13

Fatorial – Análise Combinatória

01) (EN) – Se $a_n = \frac{(n+1)! - n!}{n^2 [(n-1)! + n!]}$, então a_{1997} é:

- a) $\frac{1997}{1996}$
- b) $\frac{1}{1998}$ (X)
- c) $1998!$
- d) 1997
- e) 1

- 02) (ITA) – Considere todos os números de cinco algarismos formados pela justaposição de 1, 3, 5, 7 e 9 em qualquer ordem, sem repetição. A soma de todos esses números está entre:

- a) 5×10^6 e 6×10^6
- b) 6×10^6 e 7×10^6 (X)
- c) 7×10^6 e 8×10^6
- d) 9×10^6 e 10×10^6
- e) 10×10^6 e 11×10^6

- 03) (ITA) – Seja $A = \left\{ \frac{(-1)^n}{n!} + \sin\left(\frac{n! \pi}{6}\right); n \in \mathbb{N} \right\}$. Qual conjunto abaixo é tal que sua intersecção com A dá o próprio A?
- a) $]-\infty, -2] \cup [2, \infty[$
 b) $]-\infty, -2]$
 c) $[-2, 2]$ (X)
 d) $[-2, 0]$
 e) $[0, 2[$
- 04) (AFA) – A quantidade de números distintos, com 4 algarismos, sem repetição, que pode ser obtida com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4 e 5 é:
- a) 60
 b) 240
 c) 300 (X)
 d) 360
- 05) (EN) – Um grupo de 8 jovens pretende sair para um passeio em dois carros (cada um com capacidade para 4 pessoas). Apenas 4 deles dirigem. O número de modos deles escolherem seus lugares nos dois carros é:
- a) 10080
 b) 8640 (X)
 c) 4320
 d) 1440
 e) 720
- 06) (AFA) → Dez balões azuis e oito brancos deverão ser distribuídos em três enfeites de salão, sendo que um deles tenha 7 balões e ou outros dois, no mínimo 5. Cada enfeite deverá ter 2 balões azuis e 1 branco, pelo menos. De quantas maneiras distintas é possível fazer os enfeites, usando simultaneamente todos os balões?
- a) 9 b) 10 (X) c) 11 d) 12

- 07) (ITA) – Uma escola possui 18 professores sendo 7 de Matemática, 3 de Física e 4 de Química. De quantas maneiras podemos formar comissões de 12 professores de modo que cada uma contenha exatamente 5 professores de Matemática, no mínimo 2 de Física e no máximo 2 de Química?
- a) 875 b) 1.877 c) 1.995 d) 2.877 (X) e) n.d.a.
- 08) (CFO) – Considere os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{a, e, i, o, u\}$ assinale a alternativa que indica o número de funções bijetoras de A em B.
- a) 1 b) 6 c) 24 d) 120 (X) e) 125
- 09) (CFO) – Uma prova consta de 40 questões com 5 alternativas cada uma, sendo apenas uma correta. De todos os possíveis cartões de respostas para essa prova, assinale a alternativa que indica o número de cartões com exatamente 35 questões corretas:
- a) $4^5 \cdot C_{40,5}$ (X) b) $4 \cdot C_{35,4}$ c) $4! \cdot C_{35,4}$ d) $4! C_{40,5}$ e) $C_{40,35}$
- 10) (CFO) – Para fazer o retrato falado de um assaltante, uma delegacia dispõe de um pequeno livro de 10 folhas, cada uma delas dividida em 5 tiras horizontais; em cada tira inferior está desenhado um tipo de queixo, imediatamente acima do queixo, há um tipo de boca; a seguir, o nariz, os olhos e, finalmente, as partes da cabeça que estão acima dos olhos (testa e cabelos). Se a vítima se recorda bem, por exemplo, do nariz do assaltante, ela começa a folhear as 10 tiras dos narizes até encontrar um parecido com o que procura. Assim, de tira em tira, acaba compondo o retrato. Com esse livro, quantos rostos diferentes podem ser compostos? Indique a alternativa correta.
- a) 10^4 b) 10^5 (X) c) 10^6 d) 10^7 e) 10^8

- 19) (EN) – São dados 8 pontos sobre uma circunferência. Quantos são os polígonos convexos cujos vértices pertencem ao conjunto formado por esses 8 pontos?
- a) 219(X)
b) 224
c) 1255
d) 2520
e) 40320
- 20) (EN) – Um grupo de trabalho na Marinha do Brasil deve ser composto por 20 oficiais distribuídos entre o Corpo da Armada, Corpo de Intendentes e Corpo de Fuzileiros Navais. O número de diferentes composições onde figure pelo menos dois oficiais de cada corpo é igual a:
- a) 120 (X)
b) 100
c) 60
d) 29
e) 20
- 21) (EN) – A Escola Naval (EN) receberá 20 novos Oficiais, entre Fuzileiros, Intendentes e Oficiais da Armada. De quantos modos pode ser preenchido o efetivo da EN se deve haver entre os 20 novos Oficiais pelo menos dois Fuzileiros, pelo menos dois Intendentes e pelo menos dois do Corpo da Armada?
- a) 40
b) 80
c) 100
d) 120(X)
e) 420

- 22) (ITA) – Quantos anagramas com 6 caracteres distintos podemos formar usando as letras da palavra QUEIMADO, anagramas estes que contenham duas consoantes e que, entre as consoantes, haja pelo menos uma vogal?
- a) 7.200(X)
b) 7.000
c) 4.800
d) 3.600
e) 2.400
- 23) (EsPCEx) – Considere salas de aula cujas quantidades y e de carteiras são dadas por $y = \frac{n!}{p!(n-p)!}$, com $p \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$.
A sala que possui maior quantidade de carteiras é aquela em que:
- a) $p = \frac{n}{2}$, se n é par e $p = \frac{n \pm 1}{2}$, se n é ímpar (X)
b) $p = \frac{n \pm 2}{2}$, se n é par e $p = \frac{n \pm 3}{2}$, se n é ímpar
c) $p = \frac{n \pm 4}{2}$, se n é par e $p = \frac{n \pm 5}{2}$, se n é ímpar
d) $p = \frac{n \pm 6}{2}$, se n é par e $p = \frac{n \pm 7}{2}$, se n é ímpar
- 24) (EN) – Entre os dez melhores alunos que freqüentam o grêmio de informática da Escola Naval, será escolhido um diretor, um tesoureiro e um secretário. O número de maneiras diferentes que podem ser feitas as escolhas é:
- a) 720 (X)
b) 480
c) 360
d) 120
e) 60

- 25) (EsFAO) – Um total de 28 apertos de mão foram trocados no fim de uma reunião. Sabendo-se que cada pessoa cumprimentou todas as outras, o número de pessoas presentes à reunião foi:

a) 8 (X)
b) 15
c) 10
d) 9
e) 11

- 26) (IME) Sejam A e B dois subconjuntos de $\mathbb{N}$. Por definição, uma função $f: A \rightarrow B$ é crescente se $a_1 > a_2 \Rightarrow f(a_1) \geq f(a_2)$, para quaisquer a_1 e $a_2 \in A$.

a) Para $A = \{1, 2\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4\}$, quantas funções de A para B são crescentes? Resp: $C_{5,2} = 10$

b) Para $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{1, 2, \dots, n\}$, quantas funções de A para B são crescentes, onde n é um número inteiro maior que zero?

Resp: $C_{n+2,3}$

- 27) (ITA) Quantos anagramas com 4 letras distintas podemos formar com as 10 primeiras letras do alfabeto e que contenham 2 das letras a, b e c?

a) 1692.
b) 1572.
c) 1520.
d) 1512. (X)
e) 1392.

- 28) (ITA) Considere 12 pontos distintos dispostos no plano, 5 dos quais estão em uma mesma reta. Qualquer outra reta do plano contém, no máximo, 2 desses pontos. Quantos triângulos podemos formar com os vértices nesses pontos?

a) 210. (X)
b) 315.
c) 410.
d) 415.
e) 521.

- 29) (ITA) Considere o conjunto $S = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : a + b = 18\}$. A soma de todos os números da forma $\frac{18!}{a!b!}$, $\forall (a, b) \in S$, é:

a) 8^6 . (X)
b) $9!$.
c) 9^6 .
d) 12^6 .
e) $12!$.

- 30) (ITA) Quantos números de seis algarismos distintos podemos formar usando os dígitos 1, 2, 3, 4, 5 e 6, nos quais o 1 e o 2 nunca ocupam posições adjacentes, mas o 3 e o 4 sempre ocupam posições adjacentes?

a) 144. (X)
b) 180.
c) 240.
d) 288.
e) 360.

- 31) (EsPCEEx) A equipe de professores de uma escola possui um banco de questões de matemática composto de 5 questões sobre parábolas, 4 sobre circunferências e 4 sobre retas. De quantas maneiras distintas a equipe pode montar uma prova com 8 questões, sendo 3 de parábolas, 2 de circunferências e 3 retas?
- a) 80
b) 96
c) 240 (X)
d) 640
e) 1280
- 32) (EsPCEEx) Um tabuleiro possui casas dispostas em 4 linhas e 4 colunas. De quantas maneiras diferentes é possível colocar 4 peças iguais nesse tabuleiro de modo que, em cada linha e em cada coluna, seja colocada apenas uma peça?
- a) 4096
b) 576 (X)
c) 256
d) 64
e) 16

14

Probabilidades

- 01) (AFA) – Uma urna contém 12 peças boas e 5 defeituosas. Se 3 peças foram retiradas aleatoriamente, sem reposição, qual a probabilidade de serem 2(duas) boas e 1(uma) defeituosa?
- a) $\frac{1}{12}$
b) $\frac{3}{17}$
c) $\frac{33}{68}$ (X)
d) $\frac{33}{34}$
- 02) (AFA) – Em uma urna são colocados números maiores que 2500, formados com os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5, sem repetição. A probabilidade de se retirar dessa urna um número com apenas quatro algarismos é:
- a) $0,\overline{3}$
b) $0,\overline{34}$
c) $0,\overline{37}$
d) $0,\overline{39}$ (X)

- 03) (CFO) – Sempre que três atletas a, b e c correm juntos, suas probabilidades de vitória são $1/2$, $1/3$ e $1/6$, respectivamente. Se os atletas disputarem duas provas, assinale a alternativa que indica a probabilidade do atleta b ganhar a primeira prova e o atleta c ganhar a segunda prova.
- a) $1/4$
 b) $1/9$
 c) $1/12$
 d) $1/18$ (X)
 e) $1/36$

- 04) (CFO) – Dois Oficiais entram em um sorteio para a escala do plantão, que é feito da seguinte maneira: uma urna contém 6 bolas idênticas numeradas de 1 a 6. Os dois oficiais retiram alternadamente uma bola, que é sempre recolocada na urna após ser retirada, aquele que retirar primeiro a bola com o nº 6 será o escalado. O oficial "A" começa retirando a bola.

Assinale a alternativa que indica a probabilidade do oficial "A" ser o escalado para o plantão

- a) $1/6$
 b) $5/36$
 c) $5/6$
 d) $6/11$ (X)
 e) $8/11$
- 05) (AFA) – Um ponto é selecionado aleatoriamente dentro de um triângulo equilátero de lado $\ell = 3$. A probabilidade de a distância desse ponto a qualquer vértice ser maior do que 1 é:

- a) $1 - \frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$
 b) $1 - \frac{\pi\sqrt{3}}{9}$
 c) $1 - \frac{2\pi\sqrt{3}}{27}$ (X)
 d) $1 - \frac{\pi\sqrt{3}}{27}$

- 06) (AFA) – Um número inteiro é escolhido ao acaso entre 1 e 20 inclusive. Qual a probabilidade de o número escolhido ser um quadrado perfeito?

- a) $\frac{1}{20}$
 b) $\frac{1}{10}$
 c) $\frac{3}{20}$
 d) $\frac{1}{5}$ (X)

- 07) (AFA) – Uma urna A contém x bolas vermelhas e y bolas brancas. Uma urna B contém z bolas vermelhas e w bolas brancas. Uma bola é retirada da urna A e colocada na urna B e, então, uma bola é retirada da urna B. A probabilidade dessa última bola ser vermelha é:

- a) $\frac{z+1}{z+1+w}$
 b) $\frac{x+z}{x+y+z+w}$
 c) $\frac{1}{x+y} \left(\frac{x+xz+zy}{z+w+1} \right)$ (X)
 d) $\frac{1}{x+y} \left(\frac{xy+xz+zy}{z+w+1} \right)$

- 08) (AFA) – Uma caixa contém 5 vacinas das quais exatamente 2 estão com data de validade vencida. As datas de validade dessas vacinas são verificadas, uma após a outra, até que as duas vencidas sejam encontradas. Então, a probabilidade de o processo parar na terceira verificação é:

- a) $\frac{1}{20}$
 b) $\frac{1}{10}$
 c) $\frac{1}{5}$
 d) $\frac{3}{10}$ (X)

- 09) (EsFAO) – Lançando-se 4 vezes uma moeda não viciada, a probabilidade de que ocorra cara exatamente 3 vezes é:
- a) $3/4$
 - b) $3/16$
 - c) $1/4$ (X)
 - d) $11/16$
 - e) $7/16$
- 10) (AFA) – Com os dígitos 1, 2, 3, 4 e 5 são formados números de 4 algarismos distintos. Um deles é escolhido ao acaso. A probabilidade desse número ser par é:
- a) $\frac{1}{3}$
 - b) $\frac{2}{5}$ (X)
 - c) $\frac{3}{5}$
 - d) $\frac{2}{3}$
 - e) n.r.a.
- 11) (EsFAO) – Um número positivo “N” de 3 algarismos distintos, escrito na base decimal, é escolhido ao acaso. A probabilidade de $\log 2N$ ser inteiro é:
- a) $1/450$
 - b) $1/300$
 - c) $1/216$ (X)
 - d) $1/180$
 - e) $1/162$
- 12) (AFA) – Dentre os números inteiros de 1 a 50, um número é escolhido aleatoriamente. Qual a probabilidade de ele ser divisível por 5?
- a) $\frac{1}{50}$
 - b) $\frac{1}{5}$ (X)
 - c) $\frac{1}{2}$
 - d) $\frac{3}{4}$

- 13) (AFA) – Dois dados são lançados simultaneamente. Qual a probabilidade da soma ser menor do que 4?
- a) $\frac{1}{6}$
 - b) $\frac{1}{8}$
 - c) $\frac{1}{12}$ (X)
 - d) $\frac{1}{16}$
- 14) (AFA) – Duas caixas, A e B, contêm exatamente 5 bolas cada uma. Retiram-se duas bolas de cada caixa, aleatoriamente. O número de elementos do espaço amostral relativo a esse experimento é exatamente:
- a) 25
 - b) 100 (X)
 - c) $C_{10,4}$
 - d) 400
- 15) (ITA) Retiram-se 3 bolas de uma urna que contém 4 bolas verdes, 5 bolas azuis e 7 bolas brancas. Se P_1 é a probabilidade de não sair bola azul e P_2 é a probabilidade de todas as bolas saírem com a mesma cor, então a alternativa que mais se aproxima de $P_1 + P_2$ é
- a) 0,21.
 - b) 0,25.
 - c) 0,28.
 - d) 0,35.
 - e) 0,40. (X)

- 16) (ITA) São dados dois cartões, sendo que um deles tem ambos os lados na cor vermelha, enquanto o outro tem um lado na cor vermelha e o outro lado na cor azul. Um dos cartões é escolhido ao acaso e colocado sobre uma mesa. Se a cor exposta é vermelha, calcule a probabilidade de o cartão escolhido ter a outra cor também vermelha.

Resp: $\frac{2}{3}$

- 17) (EsPCEEx) A probabilidade de ocorrer um evento A é a razão entre o número de resultados favoráveis e o número de resultados possíveis:

$$P(A) = \frac{\text{número de resultados favoráveis}}{\text{número de resultados possíveis}}$$

De uma urna com bolas numeradas de 1 a 30 serão sorteadas 3 bolas, sem reposição. Um apostador marcou um bilhete com 5 números distintos (de 1 a 30). A probabilidade de ele acertar os números é

- a) $\frac{1}{4060}$
 b) $\frac{1}{812}$
 c) $\frac{1}{406}$ (X)
 d) $\frac{1}{203}$
 e) $\frac{1}{10}$
- 18) (ITA) Uma caixa branca contém 5 bolas verdes e 3 azuis, e uma caixa preta contém 3 bolas verdes e 2 azuis. Pretende-se retirar uma bola de uma das caixas. Para tanto, 2 dados são atirados. Se a soma resultante dos dois dados for menor que 4, retira-se uma bola da caixa BRANCA. Nos demais casos, retira-se uma bola da caixa PRETA. Qual é a probabilidade de se retirar uma bola verde?

289/480

Binômio de Newton

- 01) (EsPCEEx) – O valor de m tal que $\sum_{p=0}^m \binom{m}{p} 2^p = 729$ é:
 a) 6 (X)
 b) 8
 c) 10
 d) 12
 e) 14
- 02) (EsPCEEx) – No desenvolvimento de $(2x - y)^5 (2x + y)^5$, a soma dos coeficientes numéricos vale:
 a) 3
 b) 27 (X)
 c) 81
 d) 243
 e) 729

- 03) (ITA) – No desenvolvimento $(x + y)^6$, ordenado segundo as potências decrescentes de x , a soma do 2º termo com $\frac{1}{10}$ do termo de maior coeficiente é igual a oito vezes a soma de todos os coeficientes. Se $x = (2)^{z+1}$ e $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{z-\frac{1}{2}}$, então:
- $z \in [0, 1]$
 - $z \in (20, 50)$
 - $z \in (-\infty, 0]$ (X)
 - $z \in [1, 15]$
 - n.d.a.
- 04) (ITA) – A igualdade $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} 7^k + \sum_{j=0}^m \binom{m}{j} 2^j = 64$, é válida para:
- Quaisquer que sejam n e m naturais positivos.
 - Qualquer que seja n natural positivo e $m = 3$. (X)
 - $n = 13$ e $m = 6$
 - n é ímpar e m é par
 - n.d.a.
- 05) (EPCAR) – Seja dado $(2x + y)^m = \dots + 60x^2y^4 + 12xy^5 + y^6$. No desenvolvimento desse binômio foram escritos apenas os três últimos termos. Sabendo-se que m é inteiro, $0 < m < 20$, e que os termos foram ordenados segundo as potências de x em ordem decrescente, então o segundo termos do desenvolvimento é:
- $6x^5y$
 - $12x^5y$
 - $24x^5y$
 - $192x^5y$ (X)
- 06) (EPCAR) – No desenvolvimento de $(x + 1)^8$, ordenado pelas potências de x , o termo central é:
- $56x^4$
 - $56x^5$
 - $70x^4$ (X)
 - $70x^5$

- 07) (IME) – Prove, por indução, que:
 $(a + b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^n b^n$, para $n \in \mathbb{N}$
- 08) (CFO) – No desenvolvimento de $(3x^2 + y)^{37}$, assinale a alternativa que indica o número de termos independentes da variável y .
- 0
 - 1 (X)
 - 2
 - 3
 - 4
- 09) (EsPCEx) – O coeficiente do termo x^{98} , no desenvolvimento $(x-1)^{100}$ é:
- 4950 (X)
 - 3200
 - 6300
 - 2500
- 10) (EsFAO) – O coeficiente do termo x^1 no desenvolvimento de:
 $\left(\sqrt{x} - \frac{a^2}{x}\right)^{15}$ é:
- $455 a^6$
 - $105 a^6$
 - $-105 a^6$
 - $-455 a^6$ (X)
 - $-1365 a^6$
- 11) (AFA) – No desenvolvimento de $\left(x - \frac{1}{x}\right)^8$, o valor do termo independente de x é:
- 70
 - 35
 - 35
 - 70 (X)
 - n.r.a.

- 12) (AMAN) – O desenvolvimento de $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^n$ tem um termo independente de x se:
- n é par
 - n é ímpar
 - $n = 3p$ onde $p \in \mathbb{N}$ (X)
 - $n \neq 0$
 - não existir valor de n que satisfaça

- 13) (AMAN) – No desenvolvimento de $(x + 2)^8$, ordenado segundo as potências decrescentes de x , o coeficiente do 5º termo é:
- 32
 - 480
 - 1120 (X)
 - 2400
 - 3460

- 14) (EN) – O coeficiente de ab^3c^5 no desenvolvimento de $(a + b + c)^9$ é:
- 60
 - 84
 - 120
 - 504 (X)
 - 1260

- 15) (EsFAO) – O termo independente de “ x ” no desenvolvimento de $\left(x^2 - \frac{2}{\sqrt{x^2}}\right)^{12}$ é igual a:
- | | |
|------------------------------------|-----------------------------------|
| a) $-\binom{12}{9} \times 2^9$ (X) | d) $\binom{12}{9} \times 2^9$ |
| b) $-\binom{12}{10} \times 2^{10}$ | e) $\binom{12}{10} \times 2^{10}$ |
| c) $\binom{12}{8} \times 2^8$ | |

- 16) (EsPCEX) – O coeficiente de x^5 no desenvolvimento de $(x + 2)^9$ é:
- 64
 - 126
 - 524
 - 1024
 - 2016 (X)

- 17) (ITA) – No desenvolvimento de $A = \left(\frac{3a^2}{2} + \frac{2m}{3}\right)^{10}$,

a razão entre a parcela contendo o fator $a^{16}m^2$ e a parcela contendo o fator $a^{14}m^3$ é igual a $9/16$. Se a e m são números reais positivos tais que $a = (m^2 + 4)^5$, então:

- $a \cdot m = 2/3$
- $a \cdot m = 1/3$
- $a + m = 5/2$ (X)
- $a + m = 5$
- $a - m = 5/2$

- 18) (EsFAO) – O termo independente de x no desenvolvimento $\left(x^4 + \frac{1}{x}\right)^{10}$ é:

- 13
- 45 (X)
- 36
- 40
- 39

- 19) (EsFAO) – Sabendo-se que o desenvolvimento $\left(2x^2 - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^m$, possui 7 termos, o 3º termo do desenvolvimento é:
- | | |
|-------------------|--------------|
| a) $-180 x^8$ (X) | d) $203 x^9$ |
| b) $180 x^7$ | e) $100 x^5$ |
| c) $165 x^6$ | |

20) (EPCAR) – Se $\binom{N}{2} = 28$, então N é:

- a) 7
- b) 8 (X)
- c) 14
- d) 26

21) (ITA) – Sejam $A = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 3^k$ e $B = \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} 11^k$.

Se $\ln B - \ln A = \ln \frac{6561}{4}$, então n é igual a:

- a) 5
- b) 6
- c) 7
- d) 8
- e) n.d.a. (X)

22) (CFO) – Assinale a alternativa que indica os valores de x na equação:

$\binom{20}{8} + \binom{20}{x} = \binom{21}{9}$. Onde $\binom{x}{y}$ são números binomiais:

- a) 9 e 8 b) 9 e 10 c) 9 e 11 (X) d) 9 e 12 e) 9 e 13

23) (EsPCEx) – Seja a equação binomial $\binom{8}{x+3} = \binom{8}{6}$. O produto de suas raízes é:

- a) 3
- b) -3 (X)
- c) 0
- d) $\frac{1}{6}$
- e) $\frac{1}{3}$

24) (AMAN) – Sendo $\frac{\binom{2n}{n-1}}{\binom{2n-2}{n}} = \frac{132}{35}$, então o valor de n é:

- a) 4
- b) $\frac{11}{3}$
- c) $\frac{1}{2}$
- d) 6 (X)
- e) 7

25) (EsFAO) – A soma $\binom{8}{5} + \binom{9}{5} + \binom{10}{5} + \binom{11}{5} + \binom{12}{5}$ é igual a:

- a) $\binom{13}{5}$
- b) $\binom{13}{5} - \binom{7}{5}$
- c) $\binom{13}{6}$
- d) $\binom{13}{6} - \binom{8}{6}$ (X)
- e) $\binom{12}{6}$

26) (ITA) O termo independente de x no desenvolvimento do binômio

$$\left(\sqrt{\frac{3\sqrt{x}}{5x}} - \sqrt{\frac{5x}{3\sqrt{x}}} \right)^{12}$$

- a) $729\sqrt[3]{45}$
- b) $972\sqrt[3]{15}$
- c) $891\sqrt[3]{\frac{3}{5}}$
- d) $376\sqrt[3]{\frac{5}{3}}$
- e) $165\sqrt[3]{75}$ (X)

27) (ITA) – Analise as afirmações classificando-as em verdadeiras ou falsas:

I) O número de maneiras que podemos distribuir 5 prêmios iguais a 7 pessoas de modo que cada pessoa premiada receba no máximo um prêmio é 21.

II) O número de maneiras que podemos distribuir 5 prêmios iguais a 7 pessoas de modo que 4 e apenas 4 sejam premiadas é 140.

III) Para todo natural n , $n \geq 5$, $\binom{n}{5} = \binom{n}{n-5}$

Você conclui que:

- a) Apenas I é verdadeira
- b) Apenas II e III são verdadeiras
- c) Apenas III é verdadeira
- d) Todas são verdadeiras (X)
- e) Todas são falsas

28) (ITA) Seja $f(x) = \sum_{n=0}^{20} \frac{20!}{n!(20-n)!} x^n$ uma função real de variável real

em que $n!$ indica o fatorial de n . Considere as afirmações:

I) $f(1) = 2$.

II) $f(-1) = 0$.

III) $f(-2) = 1$.

Podemos concluir que

- a) Somente as afirmações I e II são verdadeiras.
- b) Somente as afirmações II e III são verdadeiras. (X)
- c) Apenas a afirmação I é verdadeira.
- d) Apenas a afirmação II é verdadeira.
- e) Apenas a afirmação III é verdadeira.

16

Geometria Espacial – Poliedros

01) (EsPCEEx) – Se r e s são retas distintas, então é possível afirmar que:

- a) existe sempre um plano α que contém s e não intercepta r .
- b) existe sempre uma reta p paralela a r e a s .
- c) existe sempre uma reta t perpendicular a r e a s .
- d) todas as afirmativas acima são falsas. (X)

02) (EsPCEEx) – Se a reta r é paralela ao plano α , então:

- a) todas as retas de α são paralelas a r .
- b) existem em α retas paralelas a r e retas reversas a r . (X)
- c) existem em α retas paralelas a r e retas perpendiculares a r .
- d) todo plano que contém r intercepta α , segundo uma reta paralela a r .

03) (EsPCEEx) – Considere as seguintes proposições:

- I) Toda reta paralela a um plano é paralela a qualquer reta desse plano.
- II) Uma reta e um ponto determinam sempre um único plano.

III) Se uma reta é perpendicular a duas retas concorrentes de um plano, então ela é perpendicular a esse plano.

É possível afirmar que:

- a) Só I é verdadeira
- b) Só III é verdadeira (X)
- d) Só III é falsa
- c) Só I e III são verdadeiras
- e) Só I e III são falsas

04) (AMAN) – Ao estudarmos o problema das posições relativas entre planos e retas, verificamos que:

- a) um plano paralelo a uma reta de outro plano é paralelo a esse plano.
- b) um plano perpendicular a uma reta é perpendicular a esse outro plano. (X)
- c) um plano paralelo a duas retas de um plano é paralelo ao plano.
- d) dois planos paralelos à mesma reta são paralelos.
- e) um plano paralelo a três retas de um mesmo plano é paralelo às três retas e ao plano que as contém.

05) (AMAN) – Se uma reta r é perpendicular a um plano α , então:

- a) r é concorrente com toda reta de α ;
- b) r é ortogonal a toda reta de α ;
- c) r é perpendicular às suas concorrentes em α ; (X)
- d) r é perpendicular a todo plano perpendicular a α ;
- e) toda reta perpendicular a r é perpendicular a α .

06) (AMAN) – As retas determinadas pelas intersecções de dois planos $\alpha // \beta$ com um terceiro plano, são:

- a) reversas;
- b) perpendiculares;
- c) ortogonais;
- d) concorrentes;
- e) paralelas. (X)

07) (AMAN) – No mesmo plano γ duas retas são paralelas e uma transversal. A quantidade de pontos desse plano que são eqüidistantes das três retas é de:

- a) ϕ ;
- b) 2 pontos de γ ; (X)
- c) 1 ponto da reta transversal;
- d) 4 pontos de γ ;
- e) 6 pontos de um círculo.

08) (AFA) – Se a reta r é paralela ao plano α , $r \not\subset \alpha$, então:

- a) todas as retas de α são paralelas a r .
- b) existem em α retas paralelas e perpendiculares a r .
- c) a reta r não pode ser coplanar com nenhuma reta de α .
- d) existem em α retas paralelas a r e retas reversas a r . (X)

09) (AFA) – Qual das afirmações abaixo é correta?

- a) Dois planos α e β , paralelos à mesma reta, são paralelos entre si
- b) Um plano α , paralelo a uma reta de um plano β , é paralelo a β .
- c) Um plano α , paralelo a duas retas de um plano β , é paralelo a β .
- d) Um plano α , perpendicular a uma reta de um plano β , é perpendicular a β . (X)

10) (EsFAO) – Pelo vértice A do triângulo retângulo ABC de catetos $\overline{AB} = \overline{AC} = 6\text{m}$, levanta-se a perpendicular $\overline{AS} = 8\text{m}$ ao plano desse triângulo. A distância de A ao plano do triângulo BCS é:

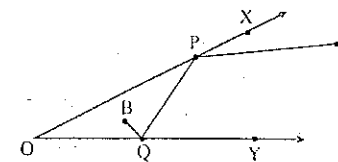
- a) $\frac{24\sqrt{41}}{41}$ (X)
- b) $\sqrt{41}$
- c) $\frac{\sqrt{41}}{41}$
- d) $3\sqrt{41}$
- e) $\frac{\sqrt{41}}{5}$

- 11) (EsPCEEx) – As faces de um ângulo poliédrico convexo valem x , $100^\circ - x$, 10° , 30° e 40° . O intervalo de variação de x é:
- $10^\circ < x < 90^\circ$ (X)
 - $0^\circ < x < 90^\circ$
 - $0^\circ < x < 100^\circ$
 - $10^\circ < x < 100^\circ$
 - $50^\circ < x < 200^\circ$
- 12) (EN) – Um poliedro convexo possui 11 faces. Sabemos que, de um de seus vértices partem 5 arestas, de 5 outros vértices partem 4 arestas e de cada vértice restante partem 3 arestas. O número de arestas do poliedro é:
- 20 (X)
 - 25
 - 30
 - 37
 - 41

17

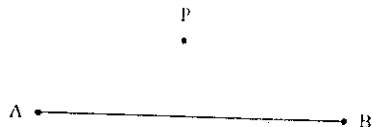
Revisão de Geometria Plana

- 01) (EsPCEEx) – Observei que os ponteiros das horas e dos minutos de meu relógio estavam superpostos às 4 h 21 min 48 seg. Fiz os cálculos e concluí que eles estarão novamente superpostos às:
- 5h 21min 48seg
 - 5h 27min 16seg (X)
 - 5h 27min 28seg
 - 5h 28min 27seg
 - 5h 28min 15seg
- 02) (EsFAO) – Na figura temos: $\widehat{XOY} = 28^\circ$; $\widehat{APX} = \widehat{QPO}$ e $\widehat{PQY} = \widehat{OQB}$. Então o ângulo formado pelas retas $\overline{AP}$ e $\overline{BQ}$ vale:
- 20°
 - 28°
 - 36°
 - 56° (X)
 - 60°



- 03) (CN - 2º ano) - Se o segmento AB girar, no sentido horário, de um ângulo de 20° , com o ponto A fixo, então, o ponto P' simétrico de P em relação a $\overline{AB}$ vai girar, de um ângulo igual a:

- a) 10°
b) 15°
c) 20°
d) 30°
e) 40° (X)



- 04) (AMAN) - O polígono em que o triplo do número de vértices é igual ao total de diagonais é o:

- a) eneágono (X)
b) dodecágono
c) hexágono
d) heptágono
e) icoságono

- 05) (AFA) - Dados dois triângulos semelhantes, um deles com 4, 7 e 9cm de lado, e o outro com 66cm de perímetro, é possível afirmar que o menor lado do triângulo maior mede, em cm,

- a) 9,8
b) 11,6
c) 12,4
d) 13,2 (X)

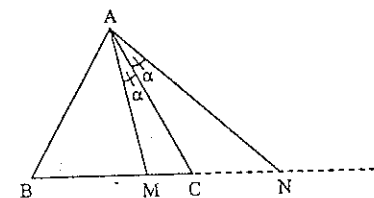
- 06) (EN) - O triângulo ABC é retângulo em A e o ângulo $\hat{C}$ mede 20° . O ângulo formado pela altura e a mediana relativas à hipotenusa é:

- a) 10°
b) 30°
c) 40°
d) 50° (X)
e) 60°

- 07) (EN) - Considere o problema de determinar o triângulo ABC, conhecidos $\hat{C} = 60^\circ$, $AB = x$ e $BC = 6$. Podemos afirmar que o problema

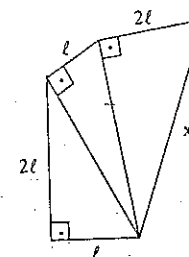
- a) sempre admite solução, se $x > 0$.
b) admite duas soluções, se $x > 3$.
c) admite solução única, se $x = 3$.
d) admite duas soluções, se $3\sqrt{3} < x < 6$.
e) não admite solução, se $x > 6$. (X)

- 08) (EsFAO) - Na figura, o triângulo ABC é equilátero de lado d, $\overline{AN} = 3\overline{AM}$ e $\widehat{CAM} = \widehat{CAN}$. Então, $\overline{BM}$ vale:



- a) $d\sqrt{3}$
b) $3d/2$
c) $2d/3$
d) $d/3$ (X)
e) $d/2$

- 09) (AFA) - Na figura abaixo, a razão $\frac{x}{\ell}$ é:

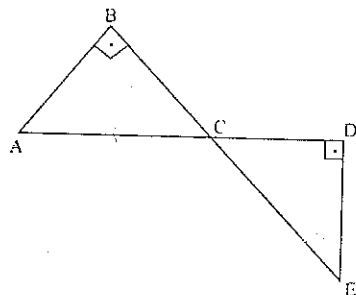


- a) $\sqrt{5}$
b) $\sqrt{6}$
c) $2\sqrt{2}$
d) $\sqrt{10}$ (X)

- 10) (AFA) – Considere a figura abaixo.
O segmento $\overline{AB}$ mede:

$$\begin{aligned}\overline{DE} &= 6 \\ \overline{CD} &= 4 \\ \overline{BC} &= 5\end{aligned}$$

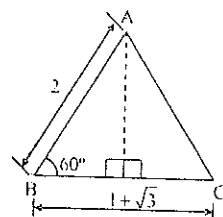
- a) 7,0
b) 7,5 (X)
c) 8,0
d) 8,5



- 11) (AMAN) – Seja o triângulo isósceles com lados iguais de 5cm e um lado de 6cm. O ponto P, interior ao triângulo dista dos lados iguais 1 e 2cm respectivamente, então sua distância para o lado maior será:

- a) 3,5cm
b) 0,5cm
c) 1,5cm (X)
d) 2,4cm
e) 1,0cm

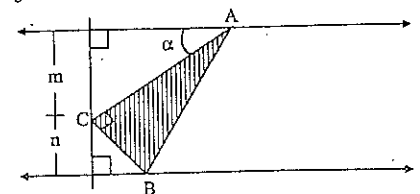
- 12) (AFA) – Considere a figura abaixo.
O perímetro do triângulo ACB mede:



- a) $3\sqrt{3}$
b) $\sqrt{3}(2+\sqrt{2})$
c) $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$
d) $3+\sqrt{3}(1+\sqrt{2})$ (X)
e) n.r.a.

- 13) (EsFAO) – Na figura, C é um ponto situado entre as paralelas r e s distando m de r e n de s . Tomam-se os pontos A e B em r e s , respectivamente, tais que o triângulo ACB é retângulo em C. Sendo α o ângulo que $\overline{AC}$ forma com r , o seu valor para que a área do triângulo ACB seja mínima é:

- a) $\pi/3$
b) $\pi/4$ (X)
c) $\pi/5$
d) $\pi/6$
e) $\pi/8$



- 14) (EsPCEX) – Em um triângulo ABC, retângulo em $\hat{A}$ tem-se $\hat{B} = 60^\circ$. As bissetrizes desses ângulos se encontram num ponto D. Se o segmento de reta BD mede 1cm, então a hipotenusa mede:

- a) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ cm
b) $1+\sqrt{3}$ cm (X)
c) $2+\sqrt{3}$ cm
d) $1+2\sqrt{2}$ cm
e) $2+2\sqrt{3}$ cm

- 15) (EN) – A área de um triângulo ABC cujos lados medem $\overline{AB} = \sqrt{3}+1$, $\overline{AC} = \sqrt{2}$ e $\overline{BC} = 2$ é:

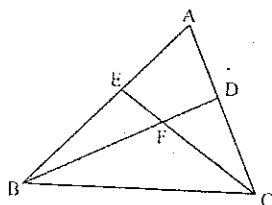
- a) $\sqrt{3}-1$
b) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ (X)
c) $\sqrt{3}+1$
d) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$
e) $2(\sqrt{3}+1)$

- 16) (EN) – ABC é um triângulo e M é um ponto sobre o lado BC, tal que $\overline{MC} = 2 \overline{BM}$.

A razão entre as áreas dos triângulos ABC e MAC é:

- a) 4
b) 3
c) 2
d) $\frac{9}{4}$
e) $\frac{3}{2}$ (X)

- 17) (AFA) – Considerando-se a figura abaixo, é possível afirmar que:



- a) se o triângulo ABC é isósceles, então, os triângulos ABD, ACE e BCD são sempre dois a dois, congruentes.
b) os triângulos ABD e AEC são congruentes, se os lados AB e AC forem congruentes e F, o incentro do triângulo ABC.
c) os triângulos ABD e AEC são congruentes, se os lados AB e BC forem congruentes e F, o ortocentro do triângulo ABC. (X)
d) os triângulos BEF e CDF são congruentes, se os lados AB e BC forem congruentes e F, o baricentro do triângulo ABC.
18) (IME) – Provar que a soma das distâncias de um ponto qualquer interior a um triângulo equilátero aos lados é constante.
19) (ITA) – A diagonal menor de um paralelogramo divide um dos ângulos internos em dois outros, um α e o outro 2α . A razão entre o lado menor e o maior do paralelogramo é:
a) $1/\cos 2\alpha$ b) $1/\sin 2\alpha$ c) $1/(2\sin \alpha)$ d) $1/(2\cos \alpha)$ (X) e) $\tan \alpha$

- 20) (EN) – Sobre as bases AB e CD de um trapézio tomam-se os pontos E e F, respectivamente, de um modo que EF seja paralela ao lado BC. Se G é o ponto de intersecção de BD e EF, então:

- a) $\overline{EB} = \overline{DF}$
b) $\overline{GB} \times \overline{DF} = \overline{GD} \times \overline{EB}$ (X)
c) $\overline{GB} \times \overline{EB} = \overline{GD} \times \overline{DF}$
d) $\overline{AE} \times \overline{EB} = \overline{DF} \times \overline{FC}$
e) G é o ponto médio de BD

- 21) (EsFAO) – Num quadrado ABCD de lado a , sobre o lado $\overline{AD}$, tomamos $\overline{AL} = a/3$ e sobre o lado $\overline{DC}$ tomamos $\overline{DE} = a/3$. Sendo F a intersecção de $\overline{BL}$ com $\overline{AE}$, o valor de $\overline{AF}$ é:

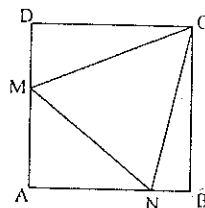
- a) $a/3$
b) $\frac{a\sqrt{10}}{10}$ (X)
c) $\frac{a\sqrt{10}}{3}$
d) $a\sqrt{10}$
e) $2a/3$

- 22) (EN) – Os lados de um paralelogramo medem 4cm e 6cm e uma de suas diagonais mede 8cm. O comprimento da outra diagonal é:

- a) $2\sqrt{10}$ cm (X)
b) 8cm
c) 10cm
d) $10\sqrt{2}$ cm
e) $2\sqrt{42}$ cm

- 23) (EsFAO) – Na figura, ABCD é um quadrado e CMN é um triângulo equilátero. Se a área do quadrado é 1m^2 , então a área de CMN é, em m^2 :

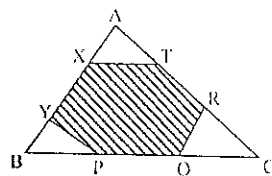
- a) $2\sqrt{3}-3$ (X)
 b) $1-\frac{\sqrt{3}}{3}$
 c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
 d) $3/8$
 e) $4-2\sqrt{3}$



- 24) (EN) – Os pontos médios dos lados AB e BC do quadrado ABCD são M e N, respectivamente. A reta MN divide a superfície do quadrado ABCD em duas superfícies disjuntas tais que a razão de suas áreas vale:

- a) 8
 b) 7 (X)
 c) 6
 d) 5
 e) 4

- 25) (EsFAO) – No triângulo ABC da figura, temos: $\overline{AX} = \overline{XY} = \overline{BY}$; $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QC}$ e $\overline{AT} = \overline{TR} = \overline{RC}$. Se a área do triângulo ABC é S, a área do hexágono PQRTXY será:



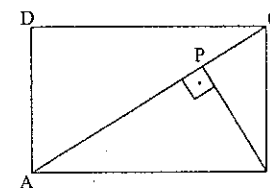
- a) $2S/3$ (X)
 b) $S/3$
 c) $S/6$
 d) $S/2$
 e) $3S/2$

- 26) (EN) – Considere o triângulo ABC de área S, baricentro G e medianas $\overline{CM}$ e $\overline{BN}$. A área do quadrilátero AMG N é igual a:

- a) $\frac{S}{2}$
 b) $\frac{2S}{3}$
 c) $\frac{S}{3}$ (X)
 d) $\frac{S}{4}$
 e) $\frac{2S}{4}$

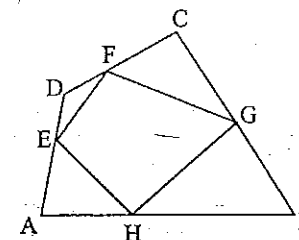
- 27) (AFA) – No retângulo ABCD, $\overline{BC}$ e $\overline{PC}$ medem, respectivamente, 5cm e 3cm. Qual a área, em cm^2 , do triângulo ABP?

- a) $\frac{32}{3}$ (X)
 b) 16
 c) 19
 d) $\frac{62}{3}$



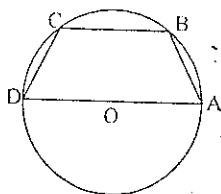
- 28) (CN – 2º ano) – O quadrilátero ABCD da figura tem área S. Se $\overline{DE} = \frac{1}{3}\overline{AD}$, $\overline{CF} = \frac{1}{3}\overline{CD}$, $\overline{BG} = \frac{1}{3}\overline{BC}$ e $\overline{AH} = \frac{1}{3}\overline{AB}$, então a área do quadrilátero EFGH é:

- a) $\frac{2S}{3}$
 b) $\frac{5S}{9}$ (X)
 c) $\frac{4S}{9}$
 d) $\frac{S}{3}$
 e) $\frac{S}{6}$



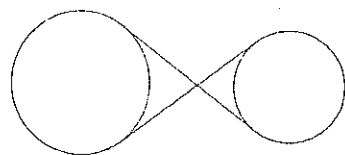
- 35) (EsPCEEx) – Na figura abaixo, o segmento BC, paralelo ao segmento AD, representa o lado do hexágono regular inscrito na circunferência de centro O. O comprimento do arco ABC é de $\frac{20}{3}\pi$ cm. Nessas condições, a medida, em cm, do raio da circunferência é de:

- a) $\frac{5\pi}{3}$
 b) $\frac{10\pi}{3}$
 c) 20
 d) 15
 e) 10 (X)



- 36) (EN) – Na figura abaixo, o raio da roda menor mede 2cm, o raio da roda maior 4cm e a distância entre os centros das duas rodas mede 12cm. O comprimento da corrente, que envolve as duas rodas é, em cm:

- a) $8\pi + 12\sqrt{3}$ (X)
 b) $8 + 24\sqrt{3} + 8\sqrt{5}$
 c) $8\pi + 8\sqrt{5}$
 d) 56π



- 37) (EN) – Os círculos $C_1, C_2, C_3, \dots$, têm centros colineares, são tangentes a uma mesma reta R e cada um deles tangencia externamente os círculos adjacentes. Se os raios de C_1 e C_2 são 1 e 2, respectivamente, o raio C_4 é:

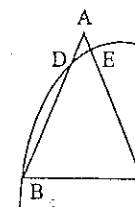
- a) 4
 b) 6
 c) 8 (X)
 d) 10
 e) 12

- 38) (EN) – ABCD é um quadrado de lado 12, E é o ponto do lado CD tal que $DE = 4$, M é o ponto médio de AE, a mediatriz de AE intercepta o lado BC no ponto Q. Calcule o raio do círculo circunscrito ao quadrilátero EMQC.

- a) $\frac{\sqrt{85}}{3}$
 b) $\frac{2\sqrt{85}}{3}$ (X)
 c) $\sqrt{85}$
 d) $\frac{4\sqrt{85}}{3}$
 e) $\frac{5\sqrt{85}}{3}$

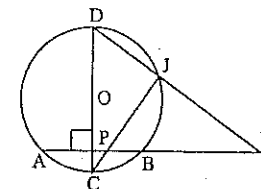
- 39) (EsFAO) – No triângulo da figura, temos $\overline{AB} = \overline{AC}$ e C o centro do círculo que passa por B e intercepta $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ em D e E, respectivamente. Se os lados desse triângulo medem 20cm e 10cm, $\overline{AD}$ valerá:

- a) 18 cm
 b) 15 cm (X)
 c) 12 cm
 d) 10 cm
 e) 5 cm



- 40) (CFO) – No círculo o centro O, abaixo representado, temos $PA = 3$ cm e $PB = 2$ cm. O valor de BQ é:

- a) 5 cm
 b) 6 cm
 c) 8 cm
 d) 10 cm (X)
 e) 12 cm



41) (AFA) – Dois ciclistas correram sobre uma pista circular lado a lado, mantendo uma distância um do outro de 5m. Sabendo-se que o raio da pista para o ciclista da parte externa do circuito é de 200m, então a diferença, em metros, da distância percorrida pelos dois ciclistas após 5 voltas é:

- a) 10π
- b) 20π
- c) 40π
- d) 50π (X)

42) (CN – 2º ano) – Em um círculo de 20m de diâmetro, uma corda mede 16m. Qual é a medida, em metros, da flecha dessa corda?

- a) 4 (X)
- b) 6
- c) 8
- d) 10
- e) 12

43) (AFA) – Qual é o perímetro, em cm, de um triângulo retângulo, com hipotenusa 5cm, que inscreve uma circunferência de raio $r = 1\text{cm}$?

- a) 10
- b) 11
- c) 12 (X)
- d) 13

44) (AFA) – Qual a razão entre os perímetros do triângulo equilátero, inscrito em uma circunferência de raio r , e do triângulo equilátero com altura r ?

- a) $3/2$ (X)
- b) $5/3$
- c) $2/3$
- d) $3/5$

45) (EN) – A, B e C são três pontos de uma circunferência de raio r , tais que B pertence ao menor dos arcos de extremidades A e C. $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ são iguais aos lados do quadrado e do hexágono regular inscritos na circunferência, respectivamente. A distância entre os pontos A e C é igual a:

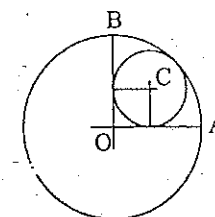
- a) r
- b) $r\sqrt{\sqrt{3}+2}$
- c) $\frac{r}{2}(\sqrt{2}+1)$ (X)
- d) $r\sqrt{\sqrt{5}}$
- e) $r\frac{\sqrt{3}}{2}$

46) (AFA) – Sejam os triângulos ABC e CDE. O triângulo ABC está inscrito em uma circunferência de raio $\sqrt{3}$, $\overline{CA} = \sqrt{3}$, e, ainda, AB é um diâmetro da mesma. Os vértices D e E do triângulo CDE são a intersecção do prolongamento dos lados CA e CB com a reta paralela a AB e tangente à mesma circunferência. O valor de DE é:

- a) 9
- b) $5\sqrt{3}$
- c) $6+\sqrt{3}$
- d) $2(2+\sqrt{3})$ (X)

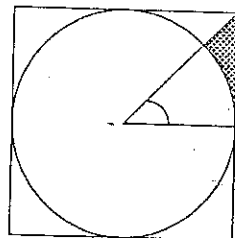
47) (AFA) – Na figura abaixo, a circunferência de centro O tem raio 10cm, e a de centro C tem raio r . Se AO é perpendicular a OB, então o valor de r é:

- a) $5(\sqrt{2}-1)$
- b) $5(2\sqrt{2}-1)$
- c) $10(\sqrt{2}-1)$ (X)
- d) $10(2\sqrt{2}-2)$



- 48) (AFA) – Considere uma circunferência inscrita em um quadrado de lado a . A área da região hachurada é:

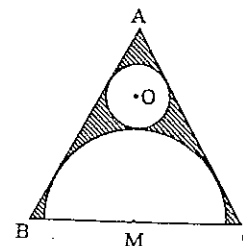
- a) $\frac{a^2}{64}(4 - \pi)$
 b) $\frac{a^2}{32}(4 - \pi)$ (X)
 c) $\frac{a^2}{16}(4 - \pi)$
 d) $\frac{a^2}{8}(4 - \pi)$



- 49) (EsFAO) – Em um triângulo retângulo a hipotenusa vale h e o raio do círculo inscrito é r . A razão entre a área do círculo e a área do triângulo é:

- a) $\frac{\pi r}{h + 2r}$ (X)
 b) $\frac{\pi r}{h + r}$
 c) $\frac{\pi r}{2h + r}$
 d) $\frac{\pi r^2}{h^2 + r^2}$
 e) $\frac{2(\sqrt{2} - 1)\pi r}{h}$

- 50) (CFO) – O triângulo ABC da figura abaixo, é equilátero de lado igual a 12cm. O círculo de centro O e o semi-círculo de centro M são tangentes entre si e tangentes aos lados de triângulo. A área da região interna ao triângulo e externa ao círculo e ao semi-círculo, vale em cm^2 :



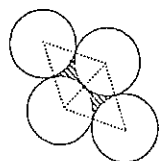
- a) $3(12\sqrt{3} - 11\pi/2)$ (X)
 b) $3(12\sqrt{3} - 10\pi)$
 c) $3(12\sqrt{3} - 5\pi)$
 d) $3(12\sqrt{3} - 27\pi/2)$
 e) $3(12\sqrt{3} - 5\pi/2)$
- 51) (EN) – Três circunferências de raio r , $2r$ e $3r$ são tais que, cada uma delas tangencia exteriormente as outras duas. O triângulo, cujos vértices são os centros dessas circunferências, tem área:
- a) r^2
 b) $\frac{\sqrt{3}}{2}r^2$
 c) $4r^2$
 d) $6r^2$ (X)
 e) $12r^2$
- 52) (ITA) – A razão entre as áreas de um triângulo equilátero inscrito em uma circunferência e de um hexágono regular, cujo apótema mede 10cm, circunscrito a essa mesma circunferência é:
- a) $\frac{1}{2}$ (X) d) $\frac{3}{8}$
 b) 1 e) n.d.a.
 c) $\frac{1}{3}$

- 53) (AFA) – A razão entre as áreas de um quadrado de lado ℓ e de um círculo de raio r , que possuem o mesmo perímetro, é:

- a) $\frac{\pi}{8}$
 b) $\frac{\pi}{6}$
 c) $\frac{\pi}{4}$ (X)
 d) $\frac{\pi}{2}$

- 54) (AFA) – Na figura, todos os círculos têm raio r . Qual a área da parte hachurada?

- a) $r^2 (2\sqrt{3} - \pi)$ (X)
 b) $r^2 (3\sqrt{3} - \pi)$
 c) $r^2 (4\sqrt{3} - \pi)$
 d) $r^2 (5\sqrt{3} - \pi)$



- 55) (ITA) Seja n o número de lados de um polígono convexo. Se a soma de $n - 1$ ângulos (internos) do polígono é 2004° , determine o número n de lados do polígono.

Resp: $n = 14$

- 56) (ITA) Considere o triângulo de vértices A , B e C , sendo D um ponto do lado $\overline{AB}$ e E um ponto do lado $\overline{AC}$. Se $m(\overline{AB}) = 8\text{cm}$, $m(\overline{AC}) = 10\text{cm}$, $m(\overline{AD}) = 4\text{cm}$ e $m(\overline{AE}) = 6\text{cm}$, a razão das áreas dos triângulos ADE e ABC é

- a) $\frac{1}{2}$
 b) $\frac{3}{5}$
 c) $\frac{3}{8}$
 d) $\frac{3}{10}$ (X)
 e) $\frac{3}{4}$

- 57) (ITA) O triângulo ABC , inscrito em uma circunferência, tem um lado medindo $\frac{20}{\pi}\text{cm}$, cujo ângulo oposto é de 15° . O comprimento da circunferência, em cm , é

- a) $20\sqrt{2}(1 + \sqrt{3})$ (X)
 b) $400(2 + \sqrt{3})$
 c) $80(1 + \sqrt{3})$
 d) $10(2\sqrt{3} + 5)$
 e) $20(1 + \sqrt{3})$

- 58) (ITA) Considere um triângulo isósceles ABC , retângulo em A . Seja D a intersecção da bissetriz do ângulo $\hat{A}$ com o lado BC e E um ponto da reta suporte do cateto AC de tal modo que os segmentos de reta BE e AD sejam paralelos.

Sabendo que AD mede $\sqrt{2}\text{cm}$, então a área do círculo inscrito no triângulo EBC é

- a) $\pi(4 - 2\sqrt{3})\text{cm}^2$
 b) $2\pi(3 - 2\sqrt{2})\text{cm}^2$
 c) $3\pi(4 - 2\sqrt{3})\text{cm}^2$
 d) $4\pi(3 - 2\sqrt{2})\text{cm}^2$ (X)
 e) $\pi(4 - 2\sqrt{2})\text{cm}^2$

- 59) (ITA) Duas circunferências concêntricas C_1 e C_2 têm raios de 6cm e $6\sqrt{2}\text{cm}$, respectivamente.

Seja AB uma corda de C_2 , tangente a C_1 . A área da menor região delimitada pela corda AB e pelo arco $\widehat{AB}$ mede, em cm^2 .

- a) $9(\pi - 3)$
 b) $18(\pi + 3)$
 c) $18(\pi - 2)$ (X)
 d) $18(\pi + 2)$
 e) $16(\pi + 3)$

- 60) (ITA) Sejam r e s duas retas que se interceptam segundo um ângulo de 60° . Seja C_1 uma circunferência de 3 cm de raio, cujo centro O se situa em s , a 5 cm de r . Determine o raio da menor circunferência tangente à C_1 e à reta r , cujo centro também se situa na reta s .

Resp: $29 - 16\sqrt{3}$

- 61) (ITA) Considere a circunferência inscrita em um triângulo isósceles com base de 6 cm e altura de 4 cm. Seja t a reta tangente a essa circunferência e paralela à base do triângulo. O segmento de t compreendido entre os lados do triângulo mede

- a) 1 cm.
- b) 1,5 cm. (X)
- c) 2 cm.
- d) 2,5 cm.
- e) 3 cm.

18

Prismas

- 01) (EsPCEEx) – O volume de um paralelepípedo retângulo é igual a 864 cm^3 , sua diagonal mede $2\sqrt{106} \text{ cm}$ e a soma de suas dimensões vale 32 cm. Um cubo, tem área total igual à área total do paralelepípedo. Para que o volume desse cubo se torne igual a 343 cm^3 , a medida de sua aresta deve ser diminuída de:

- a) 2 cm
- b) 3 cm (X)
- c) 4 cm
- d) 5 cm

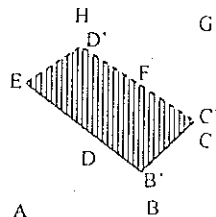
- 02) (EsPCEEx) – Uma piscina em forma de paralelepípedo retângulo tem largura de 6 metros, diagonal do fundo com 10 metros e diagonal da face que contém o comprimento igual a $4\sqrt{5}$ metros. Para enchê-la com a água será utilizado um caminhão tanque com capacidade de 6000 litros. O número de cargas completas, desse mesmo caminhão, necessárias para que a piscina fique completamente cheia:

- a) 24
- b) 28
- c) 32 (X)
- d) 54
- e) 80

- 03) (ITA) – São dados dois cubos I e II de áreas totais S_1 e S_2 e de diagonais d_1 e d_2 , respectivamente. Sabendo-se que $S_1 - S_2 = 54\text{m}^2$ e que $d_2 = 3\text{m}$, então o valor da razão $\frac{d_1}{d_2}$ é:
- $3/2$
 - $5/2$
 - 2 (X)
 - $7/3$
 - 3
- 04) (CN – 2º ano) – Uma tábua de madeira tem 2m de comprimento, 1,2m de largura e 5cm de espessura. Se 1dm^3 dessa madeira pesa 800g, o peso, em kg, dessa madeira é igual a:
- 0,96
 - 9,6
 - 96 (X)
 - 960
 - 9600
- 05) (EN) – A altura de um paralelepípedo retângulo mede 60cm e sua base é um quadrado. A diagonal do paralelepípedo forma um ângulo de 60° com o plano da base. O volume do paralelepípedo retângulo é em cm^3 :
- 12000
 - 18000
 - 24000
 - 27000
 - 36000 (X)

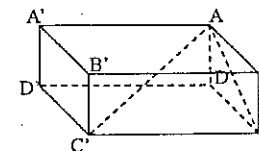
- 06) (EN) – Um paralelepípedo retângulo de volume V tem dimensões inversamente proporcionais a A , B e C . A área total do paralelepípedo é:
- $\frac{2V(ABC)}{A+B+C}$
 - $\frac{V(A+B+C)}{ABC}$
 - $\sqrt[3]{2V^2(A+B+C)}$
 - $\sqrt[3]{V(AB+AC+BC)}$
 - $2(A+B+C)\sqrt[3]{\frac{V^2}{ABC}}$ (X)
- 07) (AMAN) – Aumentando a aresta de um cubo de $\sqrt{3}\text{m}$ obtemos outro cubo cuja diagonal mede 15m. A área total do cubo primitivo é:
- 238m^2
 - $(23+\sqrt{3})\text{m}^2$
 - 328m^2
 - 288m^2 (X)
 - 72m^2
- 08) (AFA) – Se a soma das medidas das arestas de um cubo é igual a 72, então o volume do cubo será igual a:
- 40
 - 100
 - 144
 - 216 (X)

- 09) (EsFAO) – A aresta do cubo da figura mede 15 cm. Sobre as arestas $\overline{BF}$ e $\overline{DH}$ tomam-se $\overline{BB'} = 9$ cm e $\overline{DD'} = 11$ cm, respectivamente. O plano determinado por $\overline{EB'D'}$, intercepta a aresta $\overline{CG}$ em C' . O valor de $\overline{CC'}$ é:



- a) 3 cm
b) 5 cm (X)
c) 7 cm
d) 8 cm
e) 10 cm
- 10) (EsPCEX) – Sabe-se que um prisma hexagonal regular tem por altura o diâmetro da circunferência circunscrita à base, e que a maior de suas diagonais mede $20\sqrt{2}$ cm. Sua área total e seu volume valem, respectivamente:
- a) 1200 cm^2 e $3000\sqrt{3} \text{ cm}^3$
b) $3\sqrt{3} \text{ dm}^2$ e 3 dm^3
c) $3(4 + \sqrt{3}) \text{ dm}^2$ e $3\sqrt{3} \text{ dm}^3$ (X)
d) $1500\sqrt{3} \text{ cm}^2$ e $3000\sqrt{3} \text{ cm}^3$
e) e 3000 cm^3
- 11) (AFA) – Em um prisma hexagonal regular, a área lateral é 75% da área total. A razão entre a aresta lateral e a aresta da base é:
- a) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ b) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$ c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ d) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (X)

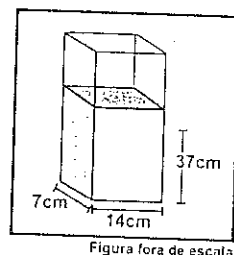
- 12) (CFO) – No paralelepípedo retângulo $ABCD A'B'C'D'$ da figura, abaixo, temos que $AB = AD = a$ e o ângulo $\widehat{C'AC} = 45^\circ$. O volume do paralelepípedo é:



- a) $a^3 \sqrt{2}$ (X)
b) a^3
c) $a^3 \sqrt{3}$
d) $a^3 \sqrt{2}/2$
e) $a^3 \sqrt{3}/2$
- 13) (AFA) – A base de um paralelepípedo oblíquo é um quadrado de lado a . Uma das arestas laterais é b , que forma um ângulo de 60° com os lados adjacentes da base. Qual o volume, em unidades de volume, desse paralelepípedo?
- a) $\frac{b\sqrt{2}}{2a^2}$
b) $\frac{2a^2b}{\sqrt{2}}$
c) $\frac{a^2\sqrt{2}}{2b}$
d) $\frac{a^2b\sqrt{2}}{2}$ (X)
- 14) (ITA) – Dado um prisma hexagonal regular, sabe-se que sua altura mede 3 cm e que sua área lateral é o dobro da área de sua base. O volume desse prisma, em cm^3 , é:
- a) $27\sqrt{3}$
b) $13\sqrt{2}$
c) 12
d) $54\sqrt{3}$ (X)
e) $17\sqrt{5}$

- 15) (EPCAR) – A área lateral de um prisma hexagonal regular de 10cm de altura e apótema da base medindo $3\sqrt{3}$ cm é, em cm^2 :
- 340
 - 360 (X)
 - 380
 - 400

- 16) (EsPCEx) Dispondo de um recipiente em forma de paralelepípedo retângulo, com as dimensões da figura, preenchido com água até o nível indicado, um aluno fez o seguinte experimento:
- mergulhou na água um cubo maciço, com 1cm^3 de volume;
 - mergulhou, sucessivamente, novos cubos, cada vez maiores, cujos volumes formam, a partir do cubo de 1cm^3 de volume, uma progressão aritmética de razão 2cm^3 .
- Após mergulhar certo número de cubos, que ficaram completamente submersos, verificou que a altura do nível da água passou para 39cm.



Com base nessas informações, a área total do último cubo colocado é de

- 54cm^2 (X)
- 42cm^2
- 24cm^2
- 150cm^2
- 216cm^2

- 17) (ITA) Considere um prisma regular em que a soma dos ângulos internos de todas as faces é 7200° . O número de vértices desse prisma é igual a
- 11
 - 32
 - 10
 - 20
 - 22 (X)

Cilindros

- 01) (AFA) – Em m^3 , qual o volume de um cilindro cuja base está circunscrita a um triângulo equilátero de $2\sqrt{3}$ m de lado e cuja altura é a mesma do triângulo equilátero inscrito em sua base?
- a) 6π
 - b) 8π
 - c) 12π (X)
 - d) 16π
- 02) (EsPCEX) – Sabe-se que os raios das bases dos cilindros C_1 e C_2 , de mesma área lateral, medem, respectivamente, 12m e 4m. Se o volume de C_1 é igual a $432\pi \text{ m}^3$, é possível afirmar que o volume de C_2 é igual a:
- a) $138\pi \text{ m}^3$
 - b) $140\pi \text{ m}^3$
 - c) $142\pi \text{ m}^3$
 - d) $144\pi \text{ m}^3$ (X)

- 03) (EsPCEEx) – O volume de um cilindro equilátero de 1 metro de raio é, aproximadamente, igual a:
- 3,1 m³
 - 6,3 m³ (X)
 - 9,4 m³
 - 12,6 m³
 - 15,7 m³
- 04) (ITA) – Em um cilindro circular reto sabe-se que a altura h e o raio da base r são tais que os números π , h , r formam, nessa ordem, uma progressão aritmética de soma 6π . O valor da área total desse cilindro é:
- π^3
 - $2\pi^3$
 - $15\pi^3$
 - $20\pi^3$
 - $30\pi^3$ (X)
- 05) (AFA) – Com uma folha de zinco retangular, de comprimento a e largura b , é possível construir um cilindro R com altura igual ao comprimento da folha e um cilindro S com altura igual à largura da folha. Qual a razão entre a e b para que o volume de R seja o triplo do volume de S?
- $\frac{1}{6}$
 - $\frac{1}{3}$ (X)
 - 2
 - 5
 - n.r.a.

- 06) (ITA) – Uma seção plana que contém o eixo de um tronco de cilindro é um trapézio cujas bases menor e maior medem, respectivamente, h cm e H cm. Duplicando-se a base menor, o volume sofre um acréscimo de $\frac{1}{3}$ em relação ao seu volume original. Deste modo,
- $2H = 3h$
 - $H = 2h$ (X)
 - $H = 3h$
 - $2H = 5h$
 - n.d.a.
- 7) (EsPCEEx) Um tonel, em forma de cilindro circular reto, tem 60cm de altura. Uma miniatura desse tonel tem 20cm de altura e raio diretamente proporcional à altura. Se a miniatura tem 100mL de volume, então o volume do tonel original é de
- 30L
 - 27L
 - 2,7L (X)
 - 3L
 - 300mL
- 8) (ITA) Um cilindro circular reto é seccionado por um plano paralelo ao seu eixo. A secção fica a 5 cm do eixo e separa na base um arco de 120°. Sendo de $30\sqrt{3}$ cm² a área da secção plana retangular, então o volume da parte menor do cilindro seccionado mede, em cm³.
- $30\pi - 10\sqrt{3}$
 - $30\pi - 20\sqrt{3}$
 - $20\pi - 10\sqrt{3}$
 - $50\pi - 25\sqrt{3}$
 - $100\pi - 75\sqrt{3}$ (X)

- 9) (ITA) – O raio de um cilindro de revolução mede 1,5m. Sabe-se que a área da base do cilindro coincide com a área da secção determinada por um plano que contém o eixo do cilindro. Então, a área total do cilindro, em m^2 , vale:

- a) $\frac{3\pi^2}{4}$
b) $\frac{9\pi(2+\pi)}{4}$ (X)
c) $\pi(2+\pi)$
d) $\frac{\pi^2}{2}$
e) $\frac{3\pi(\pi+1)}{2}$

20

Pirâmides

- 01) (AFA) – Em uma pirâmide triangular regular, a aresta da base mede 6cm e a lateral, 8cm. Então o apótema da pirâmide e o da sua base valem, em cm, respectivamente:
- a) $\sqrt{55}$ e $\sqrt{3}$ (X)
b) $\sqrt{3}$ e $3\sqrt{5}$
c) $3\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$
d) $\sqrt{55}$ e $3\sqrt{5}$
- 02) (AFA) – Em uma pirâmide hexagonal regular, a aresta da base mede 4cm. Sabendo-se que a área lateral da pirâmide é $60cm^2$, então, o seu volume, em cm^3 , é:
- a) $8\sqrt{39}$ (X)
b) $48\sqrt{3}$
c) $16\sqrt{13}$
d) $48\sqrt{13}$

- 03) (EPCAR) – Uma pirâmide quadrangular regular tem as oito arestas iguais a $\sqrt{2}$ m. O volume dessa pirâmide vale:

a) 1m^3
 b) 2m^3
 c) $2/3\text{m}^3$ (X)
 d) $4/3\text{m}^3$

- 04) (AFA) – O volume de um tronco de pirâmide regular é 109dm^3 ; as bases são triângulos equiláteros de arestas, medindo 5dm e 7dm .

A altura, em dm, é:

a) $2\sqrt{3}$
 b) $3\sqrt{3}$
 c) $4\sqrt{3}$ (X)
 d) $5\sqrt{3}$

- 05) (ITA) – Dada uma pirâmide regular triangular, sabe-se que sua altura mede $3a$ cm, onde a é a medida da aresta de sua base. Então, a área total dessa pirâmide, em cm^2 , vale:

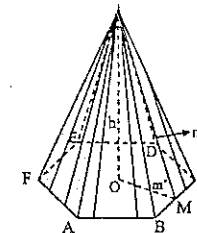
a) $\frac{a^2 \sqrt{327}}{4}$
 b) $\frac{a^2 \sqrt{109}}{2}$
 c) $\frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$
 d) $\frac{a^2 \sqrt{3}(2 + \sqrt{33})}{2}$
 e) $\frac{a^2 \sqrt{3}(1 + \sqrt{109})}{4}$ (X)

- 06) (AFA) – Em um tetraedro regular, a razão entre a soma das distâncias de um ponto interno às quatro faces e a altura é:

a) $\frac{2}{3}$ b) 1 (X) c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{3}{2}$

- 07) (EsFAO) – A aresta da base de uma pirâmide regular hexagonal mede 4cm . Sabendo-se que a área lateral é o quádruplo da área da base, o volume da pirâmide é:

a) $90\sqrt{3}\text{cm}^3$
 b) $80\sqrt{6}\text{cm}^3$
 c) $96\sqrt{6}\text{cm}^3$ (X)
 d) $100\sqrt{3}\text{cm}^3$
 e) $56\sqrt{2}\text{cm}^3$



- 08) (AFA) – O volume de um tronco de pirâmide regular quadrangular, de $\sqrt{23}\text{m}$ de altura, é $\frac{28\sqrt{23}}{3}\text{m}^3$. Sabendo-se que a aresta da

base maior mede 4m , a medida, em m, da aresta da outra base é:

a) $\sqrt{2}$
 b) 2 (X)
 c) $2\sqrt{2}$
 d) 3

- 09) (EN) – Um tetraedro regular ABCD de aresta medindo 12cm é cortado por um plano que passa pelo vértice D e pelos pontos M e N situados respectivamente sobre as arestas AB e AC. Se $\overline{AM} = \overline{AN} = \frac{1}{3}\overline{AB}$, o volume da pirâmide AMND é, em cm^3 , igual a:

a) $64\sqrt{2}$
 b) $16\sqrt{2}$ (X)
 c) 32
 d) 24
 e) $48\sqrt{2}$

- 10) (EsPCEX) – Uma pirâmide hexagonal regular tem área da base igual a $18\sqrt{3}\text{m}^2$. Sabendo-se que sua altura é igual ao triplo do apótema da base, então seu volume é:

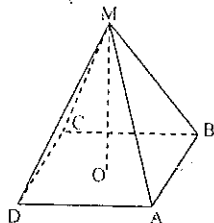
a) 36m^3 b) $27\sqrt{3}\text{m}^3$ c) $36\sqrt{3}\text{m}^3$ d) $54\sqrt{3}\text{m}^3$ (X) e) $81\sqrt{6}\text{m}^3$

- 11) (ITA) – Um tronco de pirâmide regular tem como bases triângulos equiláteros, cujos lados medem, respectivamente, 2cm e 4cm. Se a aresta lateral do tronco mede 3cm, então o valor de sua altura h , em cm, é tal que:
- $\sqrt{7} < h < \sqrt{8}$
 - $\sqrt{6} < h < \sqrt{7}$
 - $2\sqrt{3} < h < 3\sqrt{3}$
 - $1 < h < \sqrt{2}$
 - $2\sqrt{2} < h < 3\sqrt{2}$ (X)
- 12) (ITA) – A área lateral de uma pirâmide quadrangular regular de altura 4m e de área da base 64m^2 vale:
- 128 m^2
 - $64\sqrt{2}\text{ m}^2$ (X)
 - 135 m^2
 - $60\sqrt{5}\text{ m}^2$
 - $32(\sqrt{2} + 1)\text{ m}^2$
- 13) (ITA) – Um tetraedro regular tem área total igual a $6\sqrt{3}\text{cm}^2$. Então sua altura, em cm, é:
- 2 (X)
 - 3
 - $2\sqrt{2}$
 - $3\sqrt{2}$
 - $2\sqrt{3}$
- 14) (EsPCEX) – A área da base de uma pirâmide quadrangular regular é 36m^2 . Se a altura da pirâmide mede 4m, sua área total, em m^2 , é igual a:
- 48
 - 54
 - 96 (X)
 - 120
 - 144

- 15) (EN) – Um octaedro possui seus vértices no centro de cada uma das faces de um cubo de aresta a . A área lateral do octaedro é:
- $\frac{a^2}{8}$
 - $a^2\sqrt{3}$ (X)
 - $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$
 - $\frac{2a^2}{3}$
 - $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$
- 16) (EN) – A área total de uma pirâmide triangular regular é $36\sqrt{3}\text{ cm}^2$ e o raio do círculo inscrito na base mede 2cm. A altura da pirâmide é, em cm:
- $3\sqrt{12}$
 - $2\sqrt{15}$
 - $4\sqrt{3}$
 - 4
 - $2\sqrt{3}$ (X)
- 17) (AFA) – A base de uma pirâmide é um quadrado de aresta 3. Sabendo-se que a sua altura mede 10, o seu volume será:
- 5
 - 10
 - 20
 - 30 (X)
- 18) (EsFAO) – O volume de uma pirâmide cuja base é um triângulo equilátero de lado 6cm e cujas outras arestas medem $\sqrt{15}\text{ cm}$ é, em cm^3 :
- 9 (X)
 - $9/2$
 - $27/2$
 - $\frac{9\sqrt{3}}{2}$
 - $9\sqrt{3}$

- 19) (EsFAO) – Na figura, temos uma pirâmide quadrangular regular de altura 8m e cuja base tem para perímetro 48m. A distância do vértice “D” à face “AMB” é:

a) 4,8 m
b) 9,6 m (X)
c) 2,4 m
d) 5 m
e) 1,2 m



- 20) (AMAN) – Em uma pirâmide retangular o apótema da base e o apótema da pirâmide medem em metros a menor e a maior raiz da equação:

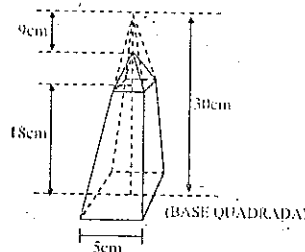
$$(x - 3)^2 = 5(x - 2) - 5$$

Sua área lateral, sua área total e seu volume valem, respectivamente:

a) 96; 132; $12\sqrt{55}$ (X)
b) 192; 264; $24\sqrt{55}$
c) 96; 122; $36\sqrt{55}$
d) 192; 264; $72\sqrt{55}$
e) 192; 264; $48\sqrt{55}$

- 21) (AFA) – A figura abaixo delineia um obelisco, para cuja construção será gasto em cm^3 o volume de:

a) 238 (X)
b) 250
c) 254
d) 266
e) n.r.a.



- 22) (EsPCEx) – Uma pirâmide tem por base um triângulo equilátero de lado a , e a razão entre sua aresta e sua altura é k . Seu volume é:

a) $\frac{a^3}{\sqrt{k^2 + 1}}$
b) $\frac{a^3}{4\sqrt{k^2 - 1}}$
c) $\frac{a^3}{8\sqrt{k^2 + 1}}$
d) $\frac{a^3}{12\sqrt{k^2 - 1}}$ (X)
e) $\frac{a^3}{6\sqrt{k^2 - 1}}$

- 23) (EsPCEx) – Seja um triedro com os ângulos das faces iguais a 60° . Toma-se um ponto A em uma das arestas desse triedro situado a 12cm do vértice V. Então, a distância, em cm, entre esse ponto A e a face oposta, vale:

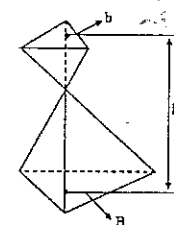
a) $6\sqrt{3}$
b) $3\sqrt{3}$
c) $4\sqrt{6}$ (X)
d) $3\sqrt{6}$
e) $4\sqrt{3}$

- 24) (EsPCEx) – Uma pirâmide é seccionada por um plano paralelo à sua base, determinando um tronco de pirâmide cuja altura é $\frac{1}{3}$ da altura da pirâmide. Sabendo-se que a base da pirâmide tem área igual a 225 m^2 , a área da seção do plano na pirâmide, em m^2 , vale:

a) 36
b) 64
c) 150
d) 25
e) 100 (X)

- 25) (EsPCEEx) – Uma pirâmide regular de base hexagonal e altura $h = 2\sqrt{3}$ cm é seccionada por um plano perpendicular à sua base, de tal modo que a secção gerada tem a maior área possível. Sabendo-se que a área da secção é $5\sqrt{3}$ cm², o volume da pirâmide, em cm³, é:
- $\frac{25}{2}$
 - $\frac{50}{3}$
 - $\frac{75}{4}$ (X)
 - $\frac{125}{3}$
 - $\frac{70}{3}$
- 26) (ITA) – As arestas da base de uma pirâmide triangular regular medem ℓ e as faces laterais são triângulos retângulos. O volume dessa pirâmide é:
- $\frac{\sqrt{3}}{6} \ell^3$ cm³
 - $\frac{\sqrt{3}}{12} \ell^3$ cm³
 - $\frac{\sqrt{3}}{24} \ell^3$ cm³
 - $\frac{\sqrt{2}}{12} \ell^3$ cm³
 - n.d.a. (X)

- 27) (AFA) – Um tronco de pirâmide, cujas bases são quadrados de lados, medindo 10 e 4 cm, e cuja altura de uma face lateral mede 9 cm, tem seu volume, em cm³, igual a:
- $116\sqrt{2}$
 - $140\sqrt{2}$
 - $156\sqrt{2}$
 - $312\sqrt{2}$ (X)
- 28) (EN) – A altura de um tetraedro regular cujas arestas medem m é igual a:
- $\frac{m\sqrt{3}}{6}$
 - $\frac{m\sqrt{3}}{3}$
 - $\frac{m\sqrt{6}}{3}$ (X)
 - $\frac{m\sqrt{6}}{6}$
 - $\frac{m\sqrt{3}}{2}$
- 29) (EN) – Indicando por B e b as áreas das bases da pirâmide dupla da figura abaixo e por h a sua altura, o volume desse sólido será igual a:



- $\frac{1}{3}h (B + b - \sqrt{Bb})$
- $\frac{1}{3}h (b - B + \sqrt{Bb})$
- $\frac{1}{3}h (B - b + \sqrt{Bb})$
- $\frac{1}{3}h (B - b - \sqrt{Bb})$
- $\frac{1}{3}h (B + b + \sqrt{Bb})$ (X)

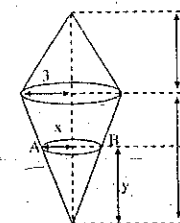
Cones

- 01) (EsPCEx) – A seção de um cone de revolução, definida por um plano que contém sua altura, tem área A . Se a geratriz e a altura do cone formam entre si um ângulo de 30° , é possível concluir que a área total do cone, em função de A , vale:

- a) $3\pi A$
- b) $\sqrt{2}\pi A$
- c) $\sqrt{3}\pi A$ (X)
- d) $\frac{\pi}{3} A$

- 02) (EsPCEx) – O sólido geométrico abaixo é formado por dois cones circulares retos de mesma base. Sabendo-se que a seção que contém os pontos A e B é paralela à base comum dos cones e divide todo o sólido em duas partes de igual volume, então o valor de $x^3 + y^3$ é:

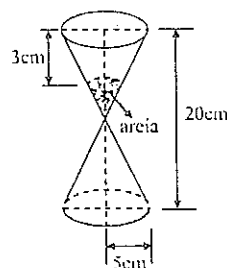
- a) 96
- b) 128
- c) 144
- d) 162 (X)
- e) 248



- 03) (ITA) – Sabendo-se que um cone circular reto tem 3dm de raio e $15\pi \text{ dm}^2$ de área lateral, o valor de seu volume em dm^3 é:
- 9π
 - 15π
 - 36π
 - 20π
 - 12π (X)
- 04) (ITA) – Um prisma hexagonal regular tem como altura o dobro da aresta da base. A razão entre o volume desse prisma e o volume do cone reto, nele inscrito, é igual a:
- $(6\sqrt{2})/\pi$
 - $(9\sqrt{2})/\pi$
 - $(3\sqrt{6})/\pi$
 - $(6\sqrt{3})/\pi$ (X)
 - $(9\sqrt{3})/\pi$
- 05) (EN) – Considere um cone circular reto de raio da base 5cm e altura 12cm. As dimensões do raio e da altura do cilindro circular reto, de maior volume, que pode ser inscrito neste cone, são respectivamente:
- $\frac{10}{3}$ e 4
 - 4 e 10
 - 3 e $\frac{14}{3}$
 - $\frac{9}{5}$ e $\frac{23}{4}$
 - $\frac{5}{2}$ e 6 (X)

- 06) (EsPCEx) – Um trapézio isósceles, cujas bases medem 2cm e 4cm e cuja altura é 1cm, sofre uma rotação de 180° em torno do eixo que passa pelos pontos médios das bases. O volume, em cm^3 , do sólido gerado por essa rotação é:
- $\frac{4\pi}{3}$
 - $\frac{5\pi}{3}$
 - 2π
 - $\frac{7\pi}{3}$ (X)
 - $\frac{8\pi}{3}$
- 07) (AMAN) – A que distância da base de um cone de altura H se deve passar um plano paralelo à mesma, a fim de que a área da seção determinada seja $\frac{1}{16}$ da área da base do cone?
- $\frac{2}{3}H$
 - $\frac{4}{3}H$
 - $\frac{3}{5}H$
 - $3H$
 - $\frac{3}{4}H$ (X)
- 08) (AFA) – A altura de um cone circular reto é de 8cm, e o raio de sua base é de 6cm. Uma cavidade cilíndrica de raio 3cm é efetuada no cone, seguindo o eixo desse. Qual o volume, em cm^3 , do sólido obtido?
- 12π
 - 36π
 - 48π
 - 84π
 - n.r.a. (X)

- 09) (AFA) – A figura dada representa um relógio de areia. Supondo-se que os cones sejam perfeitos e sabendo-se que a vazão do cone superior para o inferior é de $\frac{34,3}{12} \pi \text{ cm}^3/\text{min}$, calcule o tempo, em minutos, estabelecido pelo relógio:



- a) 10 (X)
b) 15
c) 18
d) 23
e) n.r.a.
- 10) (EN) – Um triângulo retângulo ABC, no qual $\hat{A} = 90^\circ$, $AC = 3$ e $AB = 4$, efetua uma revolução completa em torno de um eixo que passa por B e é paralelo a AC. Calcule o volume do sólido assim gerado.
- a) $\frac{32\pi}{3}$
b) 16π
c) 32π (X)
d) $\frac{128\pi}{3}$
e) 64π

- 11) (AFA) – A figura 1 representa um cone inscrito em um cilindro, e a figura 2 representa dois cones congruentes inscritos no mesmo cilindro da figura anterior. A razão entre o volume do cone da figura 1 e o volume dos cones da figura 2 é:

- a) $\frac{1}{3}$
b) $\frac{1}{2}$
c) 1 (X)
d) 2
e) n.r.a.



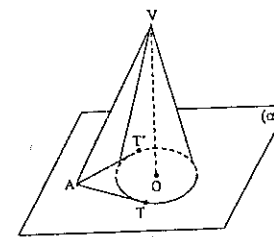
Figura 1



Figura 2

- 12) (EsFAO) – Por um ponto A do plano da base de um cone de revolução, traçam-se as tangentes: $\overline{AT} = \overline{AT'} = 4 \text{ cm}$ ao círculo da base. O ângulo destas tangentes é de 120° e a reta determinada pelo vértice V do cone e o ponto A forma um ângulo de 45° com o plano da base. Então o volume do cone é, em cm^3 :

- a) $\frac{128\pi}{3}$
b) 64π
c) $\frac{64\pi}{3}$
d) 128π (X)
e) 32π



- 13) (AFA) – Um quebra-luz tem formato de um cone de geratriz 12 cm e altura 9 cm. Uma lâmpada acesa, no vértice do cone, projeta no chão um círculo de 4 m de diâmetro. Então, a distância entre a lâmpada e o chão, em cm, é:

- a) $\left(\frac{18}{63}\right)\sqrt{63}$
b) $\left(\frac{18}{63}\right)\sqrt{63}$
c) $\left(\frac{1800}{63}\right)\sqrt{3}$
d) $\left(\frac{1800}{63}\right)\sqrt{63}$ (X)

- 14) (ITA) – Em um cone de revolução, o perímetro da seção meridiana mede 18cm e o ângulo do setor circular mede 288° . Considerando-se o tronco de cone cuja razão entre as áreas das bases é $\frac{4}{9}$, então sua área total mede:

a) $16\pi\text{cm}^2$
 b) $\frac{308\pi}{9}\text{cm}^2$ (X)
 c) $\frac{160\pi}{3}\text{cm}^2$
 d) $\frac{100\pi}{9}\text{cm}^2$
 e) n.d.a.

- 15) (ITA) Um dos catetos de um triângulo retângulo mede $\sqrt[3]{2}\text{cm}$. O volume sólido gerado pela rotação desse triângulo em torno da hipotenusa é πcm^3 . Determine os ângulos desse triângulo.

Resp: 90° , 60° e 30°

- 16) (ITA) A área total da superfície de um cone circular reto, cujo raio da base mede $R\text{cm}$, é igual à terça parte da área de um círculo de diâmetro igual ao perímetro da seção meridiana do cone. O volume desse cone, em cm^3 , é igual a

a) πR^3
 b) $\pi\sqrt{2}R^3$
 c) $\frac{\pi}{\sqrt{2}}R^3$
 d) $\pi\sqrt{3}R^3$
 e) $\frac{\pi}{\sqrt{3}}R^3$ (X)

- 17) (EsFAO) – Na base de um cone cujo volume é igual a $144\pi\text{m}^3$, está inscrito em um hexágono regular de área $54\sqrt{3}\text{m}^2$. A área total desse cone é:

a) $4\pi R^2\text{m}^2$
 b) $36\pi(1+\sqrt{5})\text{m}^2$ (X)
 c) $30\pi(1+\sqrt{3})\text{m}^2$
 d) $2\pi Rh\text{m}^2$
 e) $20\pi(2+\sqrt{2})\text{m}^2$

- 18) (IME) – Seja um cone reto de base circular, vértices V, altura h e raio da base r e seja ABC um triângulo equilátero circunscrito à base do cone. Pede-se:

a) Determinar a relação entre h e r para que o tetraedro, com vértices VABC, seja regular.

b) Satisfeitas essas condições, calcule, em função de r, o volume limitado pela superfície do cone, pelo plano de sua base e pelos dois planos tangentes que passam pela aresta VA.

Resp: a) $h = 2r\sqrt{2}$

$$\text{b) } \frac{2r^3\sqrt{2}}{3} \left[\sqrt[3]{2} - \frac{\pi}{3} \right]$$

- 19) (ITA) Seja S a área total da superfície de um cone circular reto de altura h, e seja m a razão entre as áreas lateral e da base desse cone. Obtenha uma expressão que forneça h em função apenas de S e m.

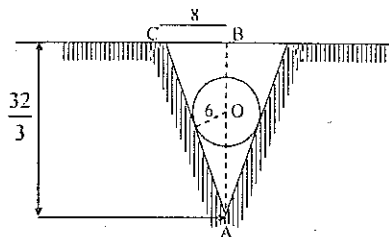
$$\text{resp } h = \sqrt{\frac{(m-1)S}{\pi}}$$

Esferas

- 01) (EN) – Duas seções feitas em uma esfera, por dois planos paralelos distantes 3cm entre si, situam-se em hemisférios diferentes e têm raios iguais a 1cm e 2cm. O raio da esfera é igual a:
- a) $2\sqrt{2}$ cm
 - b) $2\sqrt{3}$ cm
 - c) $\sqrt{5}$ cm (X)
 - d) 3cm
 - e) $3\sqrt{2}$ cm
- 02) (ITA) – Um cone de revolução está circunscrito a uma esfera de raio R cm. Se a altura do cone for igual ao dobro do raio da base, então a área de sua superfície lateral mede:
- a) $\frac{\pi}{4}(1+\sqrt{5})^2 R^2 \text{ cm}^2$
 - b) $\frac{\pi\sqrt{5}}{4}(1+\sqrt{5})^2 R^2 \text{ cm}^2$ (X)
 - c) $\frac{\pi\sqrt{5}}{4}(1+\sqrt{5}) R^2 \text{ cm}^2$
 - d) $\pi\sqrt{5}(1+\sqrt{5}) R^2 \text{ cm}^2$
 - e) n.d.a.

- 03) (EsFAO) – Em uma cavidade cônica, cuja abertura tem um raio de 8cm e profundidade $32/3$ cm, deixa-se cair uma esfera de 6cm de raio. A distância do vértice da cavidade cônica ao centro da esfera é:

- a) 20cm
b) 15cm
c) 30cm
d) 18cm
e) 10cm (X)



- 04) (EN) – A esfera S_1 está inscrita em um cilindro C , circular reto, cujo volume vale 18π . A esfera S_2 está circunscrita a C . A diferença entre os volumes de S_2 e S_1 é, em cm^3 :

- a) $6(2\sqrt{2} - 2)$
b) $6(2\sqrt{2} - 1)$
c) $12(2\sqrt{2} - 2)$
d) $12(2\sqrt{2} - 1)$ (X)
e) $12(\sqrt{2} - 1)$

- 05) (EN) – Um plano secciona uma esfera de raio 30cm, determinando um círculo que é base em um cilindro e também base de um cone de revolução inscritos nessa esfera. O cilindro e o cone estão situados em um mesmo semi-espaco em relação ao plano. Considerando que os volumes do cilindro e do cone são iguais, qual a distância do centro da esfera ao plano, em cm?

- a) 18
b) 15
c) 12
d) 6 (X)
e) 4

- 06) (EsPCEX) – O volume em cm^3 , da esfera inscrita em um cone de revolução, cujo raio da base é 5cm e cuja altura é 12cm, é:

- a) $\frac{1000\pi}{162}$
b) $\frac{2000\pi}{27}$
c) $\frac{3000\pi}{108}$
d) $\frac{4000\pi}{81}$ (X)
e) $\frac{5000\pi}{9}$

- 07) (AFA) – Uma esfera de raio 8 é seccionada por um plano, distante 5 de seu centro. O raio da secção é:

- a) $\sqrt{11}$
b) $\sqrt{23}$
c) $\sqrt{39}$ (X)
d) $\sqrt{47}$

- 08) (EsFAO) – Três esferas de raio “ r ” se tangenciam e tangenciam um plano “ α ”. Uma quarta esfera de mesmo raio é colocada sobre as outras três tangenciando-as externamente. A distância do centro dessa quarta esfera ao plano “ α ” é:

- a) $3r/2$
b) $r\sqrt{6}/3$
c) $r(\sqrt{6}+3)/2$
d) $r(2\sqrt{6}+3)/3$ (X)
e) $r(\sqrt{2}+3)/2$

- 09) (EsFAO) – Seja $\overline{AB}$ a diagonal de um cubo de aresta a . O raio da esfera tangente às três faces do cubo que convergem no vértice A e às três arestas que saem do vértice B é:

a) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})a$
 b) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})a$
 c) $(2 + \sqrt{2})a$
 d) $2a/3$
 e) $(2 - \sqrt{2})a$ (X)

- 10) (EsPCEEx) – Os raios de duas esferas concêntricas medem 9cm e 15cm. A área da secção definida na esfera maior por um plano tangente à outra esfera é igual a:

a) $144\pi \text{ cm}^2$ (X)
 b) $121\pi \text{ cm}^2$
 c) $169\pi \text{ cm}^2$
 d) $100\pi \text{ cm}^2$

- 11) (EsPCEEx) – Um octaedro regular é inscrito em um cubo que está inscrito em uma esfera que está inscrita em um tetraedro regular. Se o comprimento da aresta do tetraedro é 1, então o comprimento da aresta do octaedro é:

a) $\frac{1}{3}$
 b) $\frac{1}{6}$ (X)
 c) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
 d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

- 12) (EsPCEEx) – Dois planos concorrentes contêm o centro de uma esfera de área igual a $144\pi \text{ m}^2$ e determinam na mesma uma cunha esférica de $48\pi \text{ m}^3$ de volume. O ângulo da cunha é de:

a) $\frac{2\pi}{3} \text{ rad}$
 b) $\frac{\pi}{3} \text{ rad}$ (X)
 c) $\frac{\pi}{4} \text{ rad}$
 d) $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$

- 13) (EsPCEEx) – Um plano corta uma esfera de raio R de modo que a área da menor calota formada seja igual a m vezes a área lateral do cone cujo vértice é o centro da esfera e cuja base é o círculo que serve de base à calota. A distância d do centro da esfera ao plano é dada por:

a) $d = R \frac{4-m^2}{4+m^2}$ (X)
 b) $d = R \left(\frac{4-m}{4+m} \right)^2$
 c) $d = R \frac{4+m^2}{4-m^2}$
 d) $d = R \left(\frac{4+m}{4-m} \right)^2$
 e) $d = R \frac{m^2-4}{m^2+4}$

- 14) (AFA) – Uma esfera é seccionada por um plano distante 2cm de seu centro. Se área da secção é $5\pi \text{ cm}^2$, o volume da esfera, em cm^3 , é:

a) 12π
 b) 27π
 c) 36π (X)
 d) 108π

- 20) (ITA) – Um cone circular reto tem altura 12 cm e raio da base 5 cm. O raio da esfera inscrita nesse, em cm,

a) $10/3$ (X)
 b) $7/4$
 c) $12/5$
 d) 3
 e) 2

- 21) (IME) – Seja, sobre uma esfera, um círculo máximo (C) com diâmetro $\overline{AB} = 2R$. Traçam-se: uma corda $\overline{MN}$ do círculo (C), paralela a $\overline{AB}$, e duas retas x e y perpendiculares ao plano do círculo de diâmetro $\overline{AB}$ e passando, respectivamente, por M e N. Os planos definidos pelo ponto A e a reta x e o definido pelo ponto A e a reta y cortam a esfera segundo dois círculos. Mostre que quando $\overline{MN}$ varia, mantendo-se paralela a $\overline{AB}$, a soma dos quadrados de seus raios é constante.

R.: A soma é igual a r^2

- 22) (EsPCEx) – Uma pirâmide irregular de base hexagonal regular tem altura $h = 9\text{m}$ e a maior diagonal de sua base mede $d = 3\sqrt{7}\text{m}$. Sabendo que a projeção ortogonal de seu vértice sobre a base coincide com um dos vértices da mesma, podemos afirmar que o volume da esfera circunscrita à pirâmide é:

a) $288\pi\text{ m}^3$ (X)
 b) $216\pi\text{ m}^3$
 c) $144\pi\text{ m}^3$
 d) $72\pi\text{ m}^3$

- 23) (EsPCEx) – O volume de um tronco de pirâmide, obtido a partir de uma pirâmide de base quadrada inscrita em uma semi-esfera de raio R e um plano paralelo à base, distante $R/2$ da mesma, vale:

a) $\frac{1}{2}$ do volume da pirâmide
 b) $\frac{7}{8}$ do volume da pirâmide (X)
 c) $\frac{2}{3}$ do volume da pirâmide
 d) $\frac{7}{12}$ do volume da pirâmide
 e) $\frac{5}{9}$ do volume da pirâmide

- 24) (AFA) – O volume de um octaedro regular inscrito em uma esfera de raio R é:

a) $\frac{2}{3}R^3$
 b) $\frac{3}{4}R^3$
 c) $\frac{4}{3}R^3$ (X)
 d) $\frac{3}{2}R^3$

- 25) (ITA) A circunferência inscrita em um triângulo equilátero com lados de 6cm de comprimento é a interseção de uma esfera de raio igual a 4cm com o plano do triângulo.

Então, a distância do centro da esfera aos vértices do triângulo é (em cm).

a) $3\sqrt{3}$.
 b) 6.
 c) 5. (X)
 d) 4.
 e) $2\sqrt{5}$.

- 26) (ITA) Uma esfera de raio r é seccionada por n planos meridianos. Os volumes das respectivas cunhas esféricas contidas em uma semi-esfera formam uma progressão aritmética de razão $\frac{\pi r^3}{45}$. Se o volume da menor cunha for igual a $\frac{\pi r^3}{18}$, então n é igual a
- 4.
 - 3.
 6. (X)
 - 5.
 - 7.
- 27) (ITA) Um cone circular reto com altura de $\sqrt{8}$ cm e raio da base de 2 cm está inscrito em uma esfera que, por sua vez, está inscrita em um cilindro. A razão entre as áreas das superfícies totais do cilindro e do cone é igual a:
- $\frac{3}{2}(\sqrt{2}-1)$.
 - $\frac{9}{4}(\sqrt{2}-1)$.
 - $\frac{9}{4}(\sqrt{6}-1)$.
 - $\frac{27}{8}(\sqrt{3}-1)$. (X)
 - $\frac{27}{16}(\sqrt{3}-1)$.

23

Números Complexos

- 01) (ITA) – Seja a o módulo do número complexo $(2-2\sqrt{3}i)^{10}$. Então o valor de x que verifica a igualdade $(4a)^x = a$ é:
- 10/11 (X)
 - 2
 - 5/8
 - 3/8
 - 1/5
- 02) (AFA) – Se $w = \frac{2-i}{1+i}$, $i = \sqrt{-1}$, então $\bar{w}$ é igual a:
- $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ (X)
 - $\frac{1}{2} + \frac{-3}{2}i$
 - $\frac{-1}{2} + \frac{3}{2}i$
 - $\frac{-1}{2} + \frac{-3}{2}i$

03) (AFA) – Se $z = 2 - 5i$ e $w = -1 + 3i$, sendo $i = \sqrt{-1}$, então o valor de $|zw|$ é:

- a) $\sqrt{270}$
 b) $\sqrt{290}$ (X)
 c) $\sqrt{310}$
 d) $\sqrt{330}$

04) (EN) – Sendo i a unidade imaginária dos números complexos, o valor do número natural n tal que $(2i)^n + (1 + i)^{2n} = 64i$ é:

- a) 4
 b) 5 (X)
 c) 6
 d) 7
 e) 9

05) (ITA) – Sabe-se que $2\left(\cos\frac{\pi}{20} + i\sin\frac{\pi}{20}\right)$ é uma raiz quintupla de w . Seja S o conjunto de todas as raízes de $z^4 - 2z^2 + \frac{w - 16\sqrt{2}i}{8\sqrt{2}} = 0$.

Um subconjunto de S é:

- a) $\left\{2^{\frac{1}{2}}\left(\cos\frac{7\pi}{8} + i\sin\frac{7\pi}{8}\right), 2^{\frac{1}{2}}\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)\right\}$
 b) $\left\{2^{\frac{1}{2}}\left(\cos\frac{9\pi}{8} + i\sin\frac{9\pi}{8}\right), 2^{\frac{1}{2}}\left(\cos\frac{5\pi}{8} + i\sin\frac{5\pi}{8}\right)\right\}$
 c) $\left\{2^{\frac{1}{4}}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}\right), 2^{\frac{1}{4}}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)\right\}$
 d) $\left\{2^{\frac{1}{4}}\left(\cos\frac{7\pi}{8} + i\sin\frac{7\pi}{8}\right), 2^{\frac{1}{4}}\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)\right\}$ (X)
 e) n.d.a.

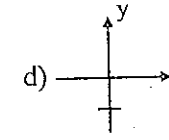
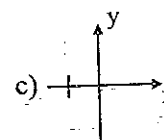
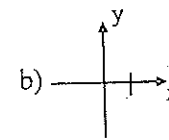
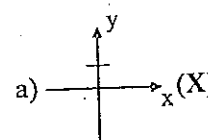
06) (ITA) – Considere o número complexo $z = a + 2i$ cujo argumento está no intervalo $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. Sendo S o conjunto dos valores de a para os quais z^6 é um número real, podemos afirmar que o produto dos elementos de S vale:

- a) 4
 b) $\frac{4}{\sqrt{3}}$
 c) 8
 d) $\frac{8}{\sqrt{3}}$
 e) n.d.a. (X)

07) (ITA) – Seja z um número complexo satisfazendo $\operatorname{Re} z > 0$ e $(z + i)^2 + |\bar{z} + i|^2 = 6$. Se n é o menor natural para o qual z^n é um imaginário puro, então n é igual a:

- a) 1
 b) 2
 c) 3
 d) 4 (X)
 e) 5

08) (AFA) – No plano de Argand-Gauss, a representação do complexo conjugado de $i - \frac{1}{i}$ é:



09) (AFA) – A solução da equação:

$$\left[10 \left| (\sqrt{68} - 4i\sqrt{2})^{10} \right| \right]^x = \left| (2\sqrt{17} - 4i\sqrt{2})^{21} \right|, i = \sqrt{-1}, \text{ é:}$$

- a) $\frac{21}{11}$ (X)
- b) 2
- c) $\frac{31}{12}$
- d) 4

10) (AFA) – Considere a equação $(z + i)^2 - 6 - |\bar{z} + i|^2$, onde z é um número complexo, $i = \sqrt{-1}$ e $\text{Re } z > 0$. O menor número natural n tal que z^n seja um imaginário puro é:

- a) 1 (X)
- b) 2
- c) 3
- d) 4

11) (AFA) – O valor da expressão $i^{101} (1 - i)^{46} \cdot (1 - i)^{-44}$, $i = \sqrt{-1}$, é:

- a) 2 (X)
- b) 4
- c) 6
- d) 8

12) (IME) – Faça o que se pede:

- a) Calcule o argumento do seguinte número complexo $i(1 + i)$;
- b) Escreva sob forma trigonométrica o número complexo $Z = 1 + i\sqrt{3}$.

Resp: a) $\sqrt{2}$ e $\frac{3\pi}{4}$

b) $2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$

13) (EN) – A expressão que melhor representa o resultado do produto

$$i \cdot \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)^{-6} \text{ é:}$$

- a) $\frac{i}{2}$
- b) $-\frac{i}{2}$
- c) $\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$
- d) i (X)
- e) $\frac{\sqrt{3}-i}{2}$

14) (EN) – O número complexo Z em $iz + 2\bar{Z} + 1 - i = 0$ ($\bar{Z}$ é o conjugado de Z) é tal que Z^{1004} é igual a:

- a) $2^{502} \cdot (i - 1)$
- b) -2^{502} (X)
- c) $i \cdot 2^{1004}$
- d) $i \cdot 2^{502}$
- e) 2^{1004}

15) (ITA) – Se $z = \cos t + i \sin t$, onde $0 < t < 2\pi$, então podemos afirmar que $w = \frac{1+z}{1-z}$ é dado por:

- a) $i \cotg \frac{t}{2}$
- b) $i \tg \frac{t}{2}$
- c) $i \cotg t$
- d) $i \tg t$
- e) n.d.a. (X)

- 16) (ITA) – Sejam $w = a + bi$ com $b \neq 0$ e $a, b, c \in \mathbb{R}$. O conjunto dos números complexos z que verificam a equação $wz + \bar{w}\bar{z} + c = 0$, descreve:

a) Um par de retas paralelas
 b) Uma circunferência
 c) Uma elipse
 d) Uma reta com coeficiente angular $m = \frac{a}{b}$ (X)
 e) n.d.a.

- 17) (CFO) – Dados os complexos:

$$Z_1 = \sqrt{3} (\cos 5\pi/7 + i \sin 5\pi/7)$$

$$Z_2 = 2\sqrt{2} (\cos 2\pi/7 + i \sin 2\pi/7)$$

$$Z_3 = 4\sqrt{3} (\cos 12\pi/7 + i \sin 12\pi/7)$$

O valor de $Z_1^3 \cdot Z_2^2 / Z_3$ é:

a) $6i$
 b) $-6i$
 c) 6
 d) -6 (X)
 e) $-i$

- 18) (AFA) – Simplificando-se a expressão $(1 + i^{95})^{-1} (1 + i^{201}) (1 + i)^2$, sendo i a unidade imaginária, obtém-se:

a) -2 (X)
 b) -1
 c) i
 d) 2

- 19) (EsFAO) – O conjunto solução, da equação em z , $z \cdot \bar{z} + 2(z - \bar{z}) = 5 - 8i$ é:

a) $\{1 - 2i; 1 + 2i\}$
 b) $\{1 - 2i; -1 - 2i\}$ (X)
 c) $\{-1 - 2i; -1 + 2i\}$
 d) $\{1 + 2i; -1 + 2i\}$
 e) qualquer z

- 20) (AMAN) – As quatro raízes de -1 são:

a) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}i - \frac{\sqrt{2}}{2}\right); (\sqrt{2}i); \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right); (-\sqrt{2}i)$
 b) $(i); \left(\frac{\sqrt{2}}{2}i\right); \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right); \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$
 c) $(-i); (i); \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right); \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$
 d) $(-i); (i); (\sqrt{2} + i); (\sqrt{2} - i)$
 e) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right); \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right); \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right); \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ (X)

- 21) (AMAN) – Se $Z_1 = 2\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)$ e $Z_2 = 2\left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}\right)$, então $Z_1 + Z_2$ e $Z_1 \cdot Z_2$, valem, respectivamente:

a) $0; 0$
 b) $\sqrt{3}i; 0$
 c) $2\sqrt{2}i; -4$ (X)
 d) $4\sqrt{2}i; -4$
 e) $(2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i); 4$

22) (AFA) – A razão $\frac{1+i}{1-i}$, $i = \sqrt{-1}$, vale:

- a) $-i$
- b) $-\frac{i}{2}$
- c) $\frac{i}{2}$
- d) i (X)

23) (EN) – As soluções da equação $(z - 1 + i)^4 = 1$ pertencem uma curva. Determine a equação dessa curva

R.: $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$

(ITA) – Resolvendo a equação $z^2 = \overline{2 + z}$ no conjunto dos números complexos, conclui-se sobre as suas soluções que:

- a) nenhuma delas é um número inteiro
- b) a soma delas é 12
- c) essas são em número de 2 e são distintas (X)
- d) essas são em número de 4 e são 2 a 2 distintas
- e) uma delas é da forma $z = bi$ com b real não nulo.

Nota: Por $\bar{a}$ denotamos o conjugado do número complexo a .

25) (ITA) – Sejam x e y números reais, com $x \neq 0$, satisfazendo $(x + iy)^2 = (x + y)i$. Então:

- a) x e y são números irracionais
- b) $x > 0$ e $y < 0$
- c) x é uma raiz da equação $x^3 + 3x^2 + 2x - 6 = 0$ (X)
- d) $x < 0$ e $y = x$
- e) $x^2 + xy + y^2 = 1/2$

26) (IME) – Determine as raízes de $z^2 + 2iz + 2 - 4i = 0$ e localize-as no plano complexo, sendo $i = \sqrt{-1}$.

R.: $1 + i, 1 - 3i, -1 + i$ e $-1 - 3i$

27) (IME) – Prove que $\overline{Z_1 + Z_2} = \overline{Z_1} + \overline{Z_2}$, onde $Z_1, Z_2 \in \mathbb{C}$.

28) (ITA) Considere a equação:

$$16 \left(\frac{1-ix}{1+ix} \right)^3 = \left(\frac{1+i}{1-i} - \frac{1-i}{1+i} \right)^4$$

Se x um número real, a soma dos quadrados das soluções dessa equação é:

- a) 3.
- b) 6. (X)
- c) 9.
- d) 12.
- e) 15.

29) (IME) Sejam z e w números complexos tais que:

$$\begin{cases} w^2 - z^2 = 4 + 12i \\ \bar{z} - \bar{w} = 2 + 4i \end{cases}$$

onde $\bar{z}$ e $\bar{w}$ representam, respectivamente, os números complexos conjugados de z e w . O valor de $z + w$ é:

- a) $1 - i$
- b) $2 + i$
- c) $-1 + 2i$
- d) $2 - 2i$ (X)
- e) $-2 + 2i$

30) (ITA) Sejam a e b números complexos não-nulos, tais que $a^2 + b^2 = 0$.

Se $z, \omega \in \mathbb{C}$ satisfazem $\begin{cases} z\omega + z\bar{\omega} = 6a \\ \bar{z}\omega - z\bar{\omega} = 8b \end{cases}$ determine o valor de $|a|$ de

forma que $|z\omega| = 1$. resp. $1/5$

- 31) (ITA) Seja $z \in \mathbb{C}$ com $|z| = 1$. Então, a expressão $\left| \frac{1-zw}{z-w} \right|$ assume valor
- a) maior que 1, para todo w com $|w| > 1$.
 - b) menor que 1, para todo w com $|w| < 1$.
 - c) maior que 1, para todo w com $w \neq z$.
 - d) igual a 1, independente de w com $w \neq z$. (X)
 - e) crescente para $|w|$ crescente, com $|w| < |z|$.
- 32) (ITA) Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(x) = 2 \cos x + 2i \sin x$. Então, $\forall x, y \in \mathbb{R}$, o valor do produto $f(x)f(y)$ é igual a:
- a) $f(x+y)$.
 - b) $2f(x+y)$. (X)
 - c) $4if(x+y)$.
 - d) $f(xy)$.
 - e) $2f(x) + 2if(y)$.
- 33) (ITA) Seja z_0 o número complexo $1+i$. Sendo S o conjunto solução no plano complexo de $|z - z_0| = |z + z_0| = 2$, então o produto dos elementos de S é igual a:
- a) $4(1-i)$.
 - b) $2(1+i)$.
 - c) $2(i-1)$.
 - d) $-2i$.
 - e) $2i$. (X)
- 34) (ITA) Sendo $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$, calcule $\left| \sum_{n=1}^{60} z^n \right| = |z + z^2 + z^3 + \dots + z^{60}|$.
- R. $\sqrt{4+2\sqrt{2}}$

24

Polinômios

- 01) (AFA) – O polinômio $P(x)$ é divisível por $x^2 - a^2$ ($a \neq 0$), se, e somente se:
- a) $P(a) = 0$
 - b) $P(-a) = 0$
 - c) $P(a) = P(-a) = 0$ (X)
 - d) $P(a) = 0$ e $P(-a) \neq 0$
- 02) (AFA) – O parâmetro a , de modo que o resto da divisão de $5x^3 + (2a-3)x^2 + ax - 2$ por $x+2$ seja 6, é igual a:
- a) 9
 - b) 10 (X)
 - c) 11
 - d) 12

- 03) (AFA) – Da divisão polinomial de $A(x)$ por $B(x)$ resulta $Q(x)$ como quociente e $R(x)$ como resto. Então, dividindo-se $A(x)$ por $3B(x)$, obtém-se como quociente e resto, respectivamente:
- $\frac{Q(x)}{3}$ e $R(x)$ (X)
 - $\frac{Q(x)}{3}$ e $\frac{R(x)}{3}$
 - $3Q(x)$ e $R(x)$
 - $3Q(x)$ e $3R(x)$
- 04) (AFA) – O valor da expressão $A^2 - 2B + C$, de modo que seja verificada a igualdade $\frac{1}{(x-1)(x^2+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$ é:
- $\frac{3}{4}$ (X)
 - $\frac{4}{3}$
 - $\frac{-4}{3}$
 - $\frac{-3}{4}$
- 05) (ITA) – A divisão de um polinômio $P(x)$ por $x^2 - x$ resulta no quociente $6x^2 + 5x + 3$ e resto $-7x$. O resto da divisão de $P(x)$ por $2x + 1$ é igual a:
- 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5 (X)
- 06) (EN) – O polinômio $2x^4 - x^3 + mx^2 + 2n$ é divisível por $x^2 - x - 2$. O valor de m, n é:
- a) -8 b) -10 c) -12 d) -14 (X) e) -16

- 07) (EN) – Se $P(x)$ é um polinômio de terceiro grau tal que $P(0) = -2$; $P(1) = 3$; $P(2) = 1$ e $P(3) = 6$, então o resto da divisão de $P(x)$ por $P(x - 4)$ tem valor:
- 36
 - 28
 - 12
 - 18
 - 32 (X)
- 08) (EN) – Os valores de A, B e C que tornam verdadeira a identidade $\frac{9x^2 - 16x + 4}{x^3 - 3x^2 + 2x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x-2}$ são tais que:
- $A - B + C = 5$
 - $A - B - C = 3$
 - $A + B - C = 1$ (X)
 - $2A - B + C = 7$
 - $A - 2B + C = 2$
- 09) (CFO) – O polinômio $P(x) = x^3 + ax + b$ é divisível por $(x - 1)^2$. Então:
- $ab = -6$ (X)
 - $a = b$
 - $a^b = 8$
 - $2b + a = -4$
 - $a/b = -(1/2)$
- 10) (CFO) – O polinômio $P(x)$ do 3º grau é tal que $P(-2) = P(3) = P(-1) = 0$ e $P(0) = 12$. O valor de $P(1)$ é:
- 24 (X)
 - 12
 - 1
 - 12
 - 24

- 11) (AFA) – Se $\frac{x+2}{x(x+1)(x-2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-2}$, então $A^2 + BC$ vale:
 a) 7/9
 b) 11/9 (X)
 c) 5/3
 d) 19/9
- 12) (AFA) – Se o polinômio $P(x) = x^3 - x^2 + mx + n$, é divisível por $Q(x) = x^2 - 2x + 1$, então o valor de $m^2 + n^2$ é
 a) 0
 b) 1
 c) 2 (X)
 d) 3
- 13) (AFA) – Um polinômio $P(x)$ dividido por $(x - 2)$ tem resto 3, e dividido por $(x - 4)$ tem resto 1. Então, o resto da divisão desse polinômio por $(x - 2)(x - 4)$ é igual a:
 a) $-x - 5$
 b) $-x + 5$ (X)
 c) $x - 5$
 d) $x + 5$
 e) n.r.a.
- 14) (AMAN) – O valor de m para que o resto da divisão de $x^6 - x^5 + 2x^3 - 12x + m$ por $x - 2$ seja 20 é:
 a) -3
 b) -4 (X)
 c) 4
 d) 3
 e) 25

- 15) (EsFAO) – O polinômio $P(x) = x^5 - 5x^4 - x^3 + mx^2 + nx + p$ é divisível por $(x^2 - 1)(x - 1)$, quando:
 a) $m = n + p$
 b) $m - p + n = 13$ (X)
 c) $m + p = n$
 d) $m + n = p$
 e) $n + p = 2m$
- 16) (EN) – Decompondo-se a fração $\frac{x+2}{x^3-x}$ em uma soma de frações cujos denominadores são polinômios do 1º grau, podemos afirmar que a soma dos numeradores dessas frações é:
 a) -3
 b) -2
 c) -1
 d) 0 (X)
 e) 1
- 17) (ITA) – A identidade $\frac{x^3+4}{x^3+1} = 1 + \frac{a}{x+1} + \frac{bx+c}{x^2-x+1}$ é válida para todo número real $x \neq -1$. Então $a + b + c$ é igual a:
 a) 5
 b) 4
 c) 3
 d) 2 (X)
 e) 1

- 18) (IME) – Seja o polinômio $P(x)$ de grau $(2n + 1)$ com todos os seus coeficientes positivos e unitários. Dividindo-se $P(x)$ por $D(x)$, de grau 3, obtém-se o resto $R(x)$.

Determine $R(x)$, sabendo-se que as raízes de $D(x)$ são as raízes de $A(x) = x^4 - 1$ e que $D(1) \neq 0$.

R.: 0, se n é par; $x + 1$, se n é ímpar

- 19) (EN) – Seja $P(x)$ um polinômio do 2º grau, tal que $P(-1) = 12$, $P(0) = 6$ e $x = 2$ é raiz de $P(x)$. O resto da divisão de $P(x)$ por $(x - 3)$ é:

a) -1
b) 0 (X)
c) 2
d) 3
e) 6

- 20) (ITA) Para algum número real r , o polinômio $8x^3 - 4x^2 - 42x + 45$ é divisível por $(x - r)^2$. Qual dos números abaixo está mais próximo de r ?

a) 1,62
b) 1,52 (X)
c) 1,42
d) 1,32
e) 1,22

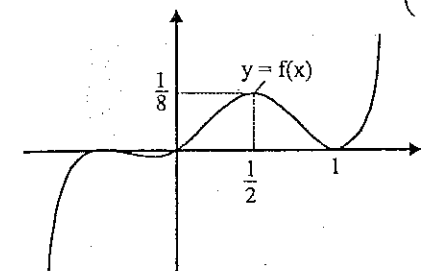
- 21) (ITA) A divisão de um polinômio $f(x)$ por $(x - 1)(x - 2)$ tem resto $x + 1$. Se os restos das divisões de $f(x)$ por $x - 1$ e $x - 2$ são, respectivamente, os números a e b , então $a^2 + b^2$ vale:

a) 13. (X) d) 1.
b) 5. e) 0.
c) 2.

- 22) (ITA) Sejam a, b, c e d constantes reais. Sabendo que a divisão de $P_1(x) = x^4 + ax^2 + b$ por $P_2(x) = x^2 + 2x + 4$ é exata, e que a divisão de $P_3(x) = x^3 + cx^2 + dx - 3$ por $P_4(x) = x^2 - x + 2$ tem resto igual a -5 , determine o valor de $a + b + c + d$.

R. $a + b + c + d = 21$

- 23) (ITA) Com base o gráfico da função polinomial $y = f(x)$ esboçado abaixo, responda qual é o resto da divisão de $f(x)$ por $\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 1)$.



RESP. $-x/4 + 1/4$

- 24) (ITA) Dividindo-se o polinômio $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^2 + cx + 1$ por $(x - 1)$, obtém-se resto igual a 2. Dividindo-se $P(x)$ por $(x + 1)$, obtém-se resto igual a 3. Sabendo que $P(x)$ é divisível por $(x - 2)$, tem-se que o valor de $\frac{ab}{c}$ é igual a:

a) -6.
b) -4.
c) 4.
d) 7.
e) 9. (X)

- 25) (ITA) Considere o polinômio $P(x) = 2x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, cujos coeficientes $2, a_2, \dots$, na formam, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão $q > 0$. Sabendo que $-\frac{1}{2}$ é uma raiz de P e que $P(2) = 5460$, tem-se que o valor de $\frac{n^2 - q^3}{q^4}$ é igual a:

- a) $\frac{5}{4}$.
 b) $\frac{3}{2}$.
 c) $\frac{7}{4}$. (X)
 d) $\frac{11}{6}$.
 e) $\frac{15}{8}$.

- 26) (ITA) Seja $P(x)$ um polinômio divisível por $x - 1$. Dividindo-o por $x^2 + x$, obtém-se o quociente $Q(x) = x^2 - 3$ e o resto $R(x)$. Se $R(4) = 10$, então o coeficiente do termo de grau 1 de $P(x)$ é igual a:

- a) -5 .
 b) -3 .
 c) -1 . (X)
 d) 1 .
 e) 3 .

25

Equações Algébricas

- 01) (CFO) – A soma das raízes reais da equação $2^{3x} + 3 \cdot 2^{2x} - 6 \cdot 2^x - 8 = 0$ vale:

- a) -4 .
 b) -3 .
 c) -1 .
 d) 1 . (X)
 e) 3 .

- 02) (EN) – As raízes da equação $64x^3 - 56x^2 + 14x - 1 = 0$ estão em progressão geométrica. Podemos afirmar que essas raízes pertencem ao intervalo:

- a) $\left[0; \frac{3}{4}\right]$ (X) d) $\left[\frac{1}{3}; \frac{3}{2}\right]$
 b) $\left[-1; \frac{1}{10}\right]$ e) $\left[\frac{-1}{3}; \frac{1}{10}\right]$
 c) $\left[-2; \frac{-1}{6}\right]$

03) (AFA) – Se a, b, c e d são as raízes da equação $3x^4 + 6x^3 - x^2 + 3x - 9 = 0$, então o valor de $a^2b^2c^2d^2$ é:

- a) -9
- b) -3
- c) 3
- d) 9 (X)

04) (AFA) – Se a, b e c são as raízes da equação $x^3 - \sqrt{3}x^2 + 54 = 0$, então $a^{-2} + b^{-2} + c^{-2}$ é igual a:

- a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- b) $\frac{\sqrt{3}}{9}$
- c) $\frac{\sqrt{3}}{27}$ (X)
- d) $\frac{\sqrt{3}}{81}$

05) (ITA) – Considere a equação:

$$\det \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ G(x) & 2x & F(x) \\ [G(x)]^2 & 4x^2 & [F(x)]^2 \end{bmatrix} = 0$$

onde $F(x) = \frac{x^4 + x^3 - x + 1}{x^2}$ e $G(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$, com $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$.

Sobre as raízes reais dessa equação, temos:

- a) Duas delas são negativas (X)
- b) Uma delas é um número irracional
- c) Uma delas é um número par
- d) Uma delas é positiva e a outra é negativa
- e) n.d.a.

06) (EN) – A relação entre os coeficientes b e c para que a equação $x^3 + bx + c = 0$, possua duas raízes iguais é:

- a) $4b^3 + 27c^2 = 0$ (X)
- b) $b^3 + c^2 = 0$
- c) $2b^3 + 3c^2 = 0$
- d) $b^3 + c^2 = 0$
- e) $3b = c$

07) (ITA) – Sabendo-se que $4 + i\sqrt{2}$ e $\sqrt{5}$ são raízes do polinômio $2x^5 - 22x^4 + 74x^3 + 2x^2 - 420x + 540$, então a soma dos quadrados de todas as raízes reais é:

- a) 17
- b) 19 (X)
- c) 21
- d) 23
- e) 25

08) (AFA) – Se a, b e c são raízes da equação $2x^3 - 3x^2 + 5x + 1 = 0$, então $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ é:

- a) 30
- b) 31 (X)
- c) 32
- d) 33

09) (AFA) – Qual das afirmações abaixo é verdadeira?

- a) Se o polinômio $P(x) = x^3 + Ax^2 + Bx + 8$ é divisível por $(x - 1)$ e por $(x + 2)$, então o resto da divisão de $P(x)$ por $(x - 3)$ é -6.
- b) A função $y = \cos x - \sin x$, somente em termos de $\sin x$, é dada por $y = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$.
- c) Se os números A, B e 1 são raízes da equação $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$, então $A^2 + B^2 = 12$.

d) Se $S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid |\sin x| < \frac{1}{2} \right\}$ e $T = \{ x \in \mathbb{R} \mid -1 < \cos x < 0 \}$,
então $S \cap T = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{5\pi}{6} < x < \frac{7\pi}{6} \right\}$, para $0 < x < 2\pi$ (X)

10) (ITA) – Seja S o conjunto de todas as raízes da equação $12x^3 - 16x^2 - 3x + 4 = 0$. Podemos afirmar que:

a) $S \subset]-1, 0[\cup]0, 1[\cup]1, 2[$ (X)

b) $S \subset]-2, -1[\cup]0, 1[\cup]3, 4[$

c) $S \subset]0, 4[$

d) $S \subset]-2, -1[\cup]1, 2[\cup]3, 4[$

e) n.d.a.

(ITA) – Os valores de m de modo que a equação $x^3 - 6x^2 - m^2x + 30 = 0$, tenha duas de suas raízes somando um, são:

a) 0

b) $\sqrt{3}$ e 3

c) 1 e -1 (X)

d) 2 e -2

e) n.d.a.

12) (ITA) – Considere as afirmações:

I) A equação $3x^4 - 10x^3 + 10x - 3 = 0$ só admite raízes reais.

II) Toda equação recíproca admite um único par de raízes.

III) As raízes da equação $x^3 + 4x^2 - 4x - 16 = 0$, são exatamente o dobro das raízes de $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

Então:

a) Apenas I é verdadeira.

b) Apenas II é falsa (X)

c) Apenas III é verdadeira

d) Todas são verdadeiras

e) n.d.a.

13) (AFA) – A solução da inequação $2x^2 - 3x + 8 > \frac{3x^3 + x^2 - 5x + 10}{x + 2}$, no conjunto dos números reais, é dada pelo intervalo:

a) $-2 < x < 5$

b) $-2 < x < 3$

c) $-1 < x < 3$ (X)

d) $-1 < x < 5$

14) (AFA) – Os coeficientes do polinômio $P(x)$ são reais, e sabe-se que ele possui três raízes, duas das quais são 0 e i (i = unidade imaginária). Então, $P(x)$ pode ser:

a) $x^4 - x$

b) $x^4 + x$

c) $x^4 - x^2$

d) $x^4 + x^2$ (X)

15) (EsFAO) – Qual o menor grau para que uma equação polinomial de coeficientes reais possa admitir as raízes $2 + i$; $1 - 3i$; 4 e $5i$?

a) 3

b) 4

c) 5

d) 6

e) 7 (X)

16) (EsFAO) – Sejam w_1 e w_2 raízes não reais de $w^3 + 8 = 0$. O valor de $(w_1 - 3)(w_2 - 3)$ é:

a) 11

b) 8

c) 7 (X)

d) -7

e) -11

- 17) (AFA) – Se $x = 1$ é raiz da equação $x^4 + px^3 + px^2 + px + p = 0$, então:
- $p = -1/4$ (X)
 - $p = 1/2$
 - $p = 0$ ou $p = -1$
 - $p = 1$ ou $p = -1$
- 18) (AMAN) – O valor de k para que o produto das raízes da equação: $x^3 - 7x^2 + 8x + k - 1 = 0$, seja -2 é:
- 2
 - -1 (X)
 - 1
 - 3
 - 4
- 19) (EN) – Sabendo-se que a equação $x^4 - 4x^2 + 8x + 35 = 0$, admite a raiz $2 + i\sqrt{3}$, podemos afirmar que:
- a soma de suas raízes é zero (X)
 - tem 2 raízes reais
 - a soma de suas raízes é -8
 - a soma de suas raízes é -35
 - a equação tem uma raiz dupla
- 20) (AMAN) – As raízes da equação $x^4 + 2x^3 - 7x^2 + 4x = 0$, são:
- $\{1, 1, -4, 5\}$
 - $\{0, 1, 1, -4\}$ (X)
 - $\{0, 1, 2, 5\}$
 - $\{0, 1, -1, -4\}$
 - $\{1, -1, 2, -2\}$
- 21) (AMAN) – O produto das raízes da equação $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$, é:
- 4 (X)
 - -3
 - 1
 - 3
 - 25

- 22) (EsFAO) – Sendo i a unidade imaginária, $3 - \sqrt{2}i$ é raiz da equação $x^3 - 3x^2 - 7x + 33 = 0$. Sobre essa equação é correto afirmar que:
- não admite raiz real
 - admite duas raízes reais
 - admite $1 + i$ como raiz
 - admite raiz real negativa (X)
 - admite raiz real positiva
- 23) (EsFAO) – O polinômio $P(x) = x^3 + px^2 + 15x - 25$ admite $1 + 2i$ como raiz. O valor de “ p ” é:
- 7
 - 5
 - 1
 - -5
 - -7 (X)
- 24) (EsFAO) – As raízes da equação $x^3 - 2x^2 + 5x + 7 = 0$, são a , b e c . A equação de raízes ab , ac e bc é:
- $x^3 + 5x^2 - 14x + 49 = 0$
 - $x^3 - 2x^2 + 10x - 49 = 0$
 - $x^3 - 5x^2 + 14x + 49 = 0$
 - $x^3 - 2x^2 + 10x + 49 = 0$
 - $x^3 - 5x^2 - 14x - 49 = 0$ (X)
- 25) (EsFAO) – Seja $w \neq -1$ raiz da equação $x^3 + 1 = 0$. O valor de $w^3 - w^2 + w - 1$ é:
- 1
 - zero
 - -1 (X)
 - i
 - $1 - i$

- 26) (AFA) – Sendo 2 a raiz dupla de $ax^3 - bx + 16 = 0$, então os valores de a e b são, respectivamente, iguais a:
- 1 e -1
 - 2 e 3
 - 1 e 12 (X)
 - 1 e 2
- 27) (EN) – A raiz real da equação $x^{1993} + 1993x = 1993$ pertence a qual dos intervalos abaixo?
- (0, 2) (X)
 - (2, 3)
 - (3, 4)
 - (4, 5)
 - (5, 1993)
- 28) (IME) – a) Sendo dada a equação $x^3 + px + q = 0$, $p, q \in \mathbb{R}$, que relação deverá existir entre p e q para que uma das raízes seja igual ao produto das outras duas?
 b) Mostre que a equação $x^3 - 6x - 4 = 0$, satisfaz a relação encontrada e, em seguida, encontre as suas raízes.
 Resp: a) $q \pm \sqrt{-q} = p$, $q \leq 0$
 b) -2, $1 \pm \sqrt{3}$
- 29) (ITA) – As raízes da equação de coeficientes reais $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ são inteiros positivos consecutivos. A soma dos quadrados dessas raízes é igual a 14. Então $a^2 + b^2 + c^2$ é igual a:
- 190
 - 191
 - 192
 - 193 (X)
 - 194

- 30) (ITA) – Seja $P(x)$ um polinômio de grau 5, com coeficientes reais, admitindo 2 e i como raízes. Se $P(1) \cdot P(-1) < 0$, então o número de raízes reais de $P(x)$ pertencentes ao intervalo $] -1, 1[$ é:
- 0
 - 1 (X)
 - 2
 - 3
 - 4
- 31) (ITA) – Considere as afirmações:
- $(\cos \theta + i \sin \theta)^{10} = \cos(10\theta) + i \sin(10\theta)$, para todo $\theta \in \mathbb{R}$.
 - $(5i) / (2 + i) = 1 + 2i$
 - $(1 - i)^4 = -4$
 - Se $z^2 = (\bar{z})^2$ então z é real ou imaginário puro
 - O polinômio $x^4 + x^3 - x - 1$ possui apenas raízes reais.
- Podemos afirmar que:
- Todas são verdadeiras
 - Apenas quatro são verdadeiras
 - Apenas três são verdadeiras (X)
 - Apenas duas são verdadeiras
 - Apenas uma é verdadeira
- 32) (ITA) – Sabendo-se que a equação de coeficientes reais, $x^6 - (a + b + c)x^5 + 6x^4 + (a - 2b)x^3 - 3cx^2 + 6x - 1 = 0$ é uma equação recíproca de segunda classe, então o número de raízes reais dessa equação é:
- 0
 - 2
 - 3
 - 4 (X)
 - 6

- 33) (ITA) – Considere a equação de coeficientes reais

$$x^5 + mx^4 + 2\frac{p}{m}x^3 - 316x^2 + 688x + p = 0, m \neq 0$$

para a qual $1 + 3i$ é raiz. Sabendo-se que a equação admite mais de uma raiz real e que suas raízes reais

formam uma progressão geométrica de razão inteira q cujo produto é igual a 64, podemos afirmar que $\frac{p}{m}$ é igual a:

- a) 20
- b) 30
- c) 47 (X)
- d) 120
- e) 160

- 34) (IME) – Determine os valores de λ que satisfaçam à inequação,

$$27^{2\lambda} - \frac{4}{9} \cdot 27^\lambda + 27^{-\lambda} > 0, \text{ e represente, graficamente, a função } y = 27^{2x} - \frac{4}{9} \cdot 27^x + 27^{-x}.$$

$$\text{Resp.: } \lambda < -\frac{2}{3} \text{ ou } \lambda > -\frac{1}{3}$$

- 35) (IME) Seja $p(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta$ um polinômio do terceiro grau cujas raízes são termos de uma progressão aritmética de razão 2. Sabendo que $p(-1) = -1$, $p(0) = 0$ e $p(1) = 1$, os valores de α e γ são, respectivamente:

- a) 2 e -1
- b) 3 e -2
- c) -1 e 2
- d) $-\frac{1}{3}$ e $\frac{4}{3}$ (X)
- e) $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$

- 36) (EsPCEX) Temos as funções:

$$f(x) = x + 1$$

$$g(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$h(x) = g(f(x))$$

Considerando que as raízes de $h(x)$ são $\{-1; 0; 1\}$, determine $h(-2)$.

- a) 0
- b) -3
- c) 4
- d) 5
- e) -6 (X)

- 37) (IME) Seja $p(x) = x^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ um polinômio com coeficientes inteiros. Sabe-se que as cinco raízes de $p(x)$ são números inteiros positivos, sendo quatro deles pares e um ímpar. O número de coeficientes pares de $p(x)$ é:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4 (X)

- 38) (ITA) O número complexo $2 + i$ é raiz do polinômio

$f(x) = x^4 + x^3 + px^2 + x + q$, com $p, q \in \mathbb{R}$. Então, a alternativa que mais se aproxima da soma das raízes reais de f é

- a) 4.
- b) -4.
- c) 6.
- d) 5.
- e) -5. (X)

- 39) (ITA) Seja a equação em $\mathbb{C}$, $z^4 - z^2 + 1 = 0$. Qual dentre as alternativas abaixo é igual à soma de duas das raízes dessa equação?

- a) $2\sqrt{3}$
 b) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
 c) $+\frac{\sqrt{3}}{2}$
 d) $-i$. (X)
 e) $\frac{i}{2}$

(ITA) No desenvolvimento de $(ax^2 - 2bx + c + 1)^5$ obtém-se um polinômio $p(x)$ cujos coeficientes somam 32. Se 0 e -1 são raízes de $p(x)$, então a soma $a + b + c$ é igual a

- a) $-\frac{1}{2}$ (X)
 b) $-\frac{1}{4}$
 c) $\frac{1}{2}$
 d) 1
 e) $\frac{3}{2}$

- 41) (ITA) Mostre que o número real $\alpha = \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$ é raiz da equação $x^3 + 3x - 4 = 0$. Conclua que α é um número racional.

- 42) (ITA) Sabendo que a equação $x^3 - px^2 = qm$, $p, q > 0$, $q \neq 1$, $m \in \mathbb{N}$, possui três raízes reais a , b e c , então:

$\log_q [abc(a^2 + b^2 + c^2)^{a+b+c}]$ é igual a:

- a) $2m + p \log_q p$.
 b) $m + 2p \log_q p$. (X)
 c) $m + p \log_q p$.
 d) $m - p \log_q p$.
 e) $m - 2p \log_q p$.

- 43) (ITA) Dada a equação $x^3 + (m+1)x^2 + (m+9)x + 9 = 0$, em que m é uma constante real, considere as seguintes afirmações:

- I) Se $m \in]-6, 6[$, então existe apenas uma raiz real.
 II) Se $m = -6$ ou $m = +6$, então existe raiz com multiplicidade 2.
 III) $\forall m \in \mathbb{R}$, todas as raízes são reais.

Então, podemos afirmar que é(são) verdadeira(s) apenas.

- a) I.
 b) II.
 c) III.
 d) II e III.
 e) I e II. (X)

- 44) (ITA) A soma das raízes da equação $z^3 + z^2 - |z|^2 + 2z = 0$, $z \in \mathbb{C}$, é igual a:

- a) -2. (X)
 b) -1.
 c) 0.
 d) 1.
 e) 2.

- 45) (ITA) Sendo 1 e $1 + 2i$ raízes da equação $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, em que a , b e c são números reais, então:

- a) $b + c = 4$.
 b) $b + c = 3$.
 c) $b + c = 2$. (X)
 d) $b + c = 1$.
 e) $b + c = 0$.

- 46) (IME) Determine todos os valores reais de x que satisfazem a equação: $|\log(12x^3 - 19x^2 + 8x)| = \log(12x^3 - 19x^2 + 8x)$

onde $\log(y)$ e $|y|$ representam, respectivamente, o logaritmo na base 10 e, módulo de y .

resp. $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right] \cup [1, +\infty[$

Geometria Analítica – Retas

- 01) (EsPCEX) – Os gráficos das funções $r_1: y = ax + b$; $r_2: y = cx + d$; $t_1: y = mx + h$ e $t_2: y = nx + k$ são tais que:

$$r_1 // r_2 \text{ e } t_1 \perp t_2$$

Nessas condições, é possível afirmar que:

- a) $a = -c$ e $m = -\frac{1}{n}$
- b) $a = -\frac{1}{c}$ e $m = -n$
- c) $a = c$ e $n = -\frac{1}{m}$ (X)
- d) $a = c$ e $n = \frac{1}{m}$

- 02) (AFA) – Há dois pontos sobre a reta $y = 2$ que distam 4 unidades da reta $12y = 5x + 2$. A soma das abscissas desses pontos é:

- a) -2
- b) 6
- c) $\frac{42}{5}$
- d) $\frac{44}{5}$ (X)

03) (AFA) – Qual dos pontos abaixo é equidistante dos vértices do triângulo A (-1, 1), B (2, 1) e C (3, 2)?

- a) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$
- b) $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$
- c) $\left(\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$ (X)
- d) $\left(\frac{1}{2}, \frac{-7}{2}\right)$

04) (EsFAO) – Os pontos P = (4, -2), Q = (-1, 3) e R = (1, 4), são vértices de um triângulo retângulo. A área desse triângulo é:

- a) 3/5
- b) 18/20
- c) 13/3
- d) 15/2 (X)
- e) 7/8

05) (ITA) – Três pontos de coordenadas, respectivamente, (0, 0), (b, 2b) e (5b, 0), com $b > 0$, são vértices de um retângulo. As coordenadas do quarto vértice são dadas por:

- a) (-b, -b)
- b) (2b, -b)
- c) (4b, -2b) (X)
- d) (3b, -2b)
- e) (2b, -2b)

06) (ITA) – A equação da reta bissetriz do ângulo agudo que a reta $y = mx$, $m > 0$ forma com o eixo dos x, é:

- a) $y = \frac{1 + \sqrt{1 + m^2}}{m} x$
- b) $y = \frac{1 - \sqrt{1 + m^2}}{m} x$
- c) $y = \frac{-1 - \sqrt{1 + m^2}}{m} x$
- d) $y = \frac{-1 + \sqrt{1 + m^2}}{m} x$ (X)
- e) n.d.a.

07) (EN) – Considere os conjuntos:

$$A_k = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (1 + k)x + 2ky - 3 + k = 0 \}.$$

Então, $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \dots$ é igual a:

- a) $\emptyset$
- b) $\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y - 3 = 0 \}$
- c) $\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = 3 \}$
- d) $\{(0, 0)\}$
- e) $\{(3, -2)\}$ (X)

08) (AFA) – Dada a sequência de retas (r_n) $n \in \mathbb{N}^*$, tal que:

$$(r_{10}): y = \frac{x}{1024} + \frac{13}{2}; (r_{11}): y = \frac{x}{2048} + 7; (r_{12}): y = \frac{x}{4096} + \frac{15}{2}$$

é correto afirmar que a reta (r_1) passa pelo ponto:

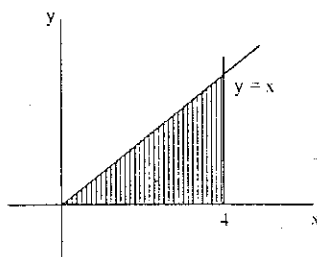
- a) (3, 2)
- b) (3, 4)
- c) (4, 4) (X)
- d) (4, 6)

- 09) (AFA) – A área, em u.a., da circunferência que circunscreve o triângulo determinado pelas retas $(r_1): y = 2x + 1$, $(r_2): 2y + x - 12 = 0$ e $(r_3): y = 1$, é:
- 9π
 - 16π
 - 25π (X)
 - 36π
- 10) (EN) – Considere o triângulo de vértices A (0, 0), B (4, 0) e C (3, 2). O centro da circunferência que passa pelos pontos médios dos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ e pelo pé da altura traçada do vértice C é o ponto:
- $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{8}\right)$ (X)
 - $\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{8}\right)$
 - $\left(\frac{3}{2}, \frac{8}{9}\right)$
 - $\left(\frac{5}{2}, -\frac{8}{7}\right)$
 - $\left(\frac{5}{2}, \frac{8}{7}\right)$
- 11) (EN) – Considere o quadrilátero cujos vértices são os pontos de intersecção das retas $y = 2x + 1$ e $y = 3x + 5$ com os eixos coordenados. A área desse quadrilátero é:
- 5 unidades de área
 - $\frac{37}{14}$ unidades de área
 - 3 unidades de área
 - $\frac{53}{12}$ unidades de área
 - $\frac{47}{12}$ unidades de área (X)

- 12) (ITA) – Seja r a mediatriz do segmento de reta de extremos $M = (-4, -6)$ e $N = (8, -2)$. Seja R o raio da circunferência com centro na origem e que tangencia a reta r . Então:
- $R = \frac{\sqrt{7}}{3}$
 - $R = \frac{\sqrt{15}}{3}$
 - $R = \frac{\sqrt{10}}{3}$
 - $R = \frac{\sqrt{10}}{5}$
 - n.d.a. (X)
- 13) (AFA) – Para que a reta de equação $x - 5y + 20 = 0$, seja paralela à reta determinada pelos pontos $M(r, s)$ e $N(2, 1)$, deve-se ter r igual a:
- $\frac{-5}{2}s - \frac{5}{2}$
 - $-5s + 7$
 - $-5s + 3$
 - $5s - 3$ (X)
- 14) (CFO) – No triângulo ABC de vértices A(3, 2), B(-1, 1) e C(2, 1), a altura relativa ao lado AC mede, em unidades de comprimento:
- $\sqrt{2}/2$ (X)
 - 1
 - $\sqrt{2}$
 - $5\sqrt{2}/4$
 - $3\sqrt{2}/2$

- 15) (AFA) – O ponto do sistema de coordenadas cartesianas que define o baricentro do triângulo hachurado na figura abaixo, é:

- a) $\left(\frac{7}{3}, 1\right)$
 b) $\left(\frac{8}{3}, \frac{4}{3}\right)$ (X)
 c) $\left(3, \frac{5}{3}\right)$
 d) $\left(\frac{10}{3}, 2\right)$



- 16) (EsFAO) – Seja P um ponto da reta $2x - y = 0$ que equidista de $A(1, -3)$ e da reta $r: x + 2y - 1 = 0$. As coordenadas de P são:

- a) $(13/20, 13/10)$
 b) $(23/30, 23/15)$
 c) $(-27/40, -27/20)$
 d) $(-49/60, -49/30)$ (X)

- 17) (AFA) – As retas (r) $3x + 2y - 5 = 0$, (s) $x + 7y - 8 = 0$ e (t) $5x - 4y - 1 = 0$ são concorrentes no mesmo ponto P. A distância do ponto P à reta (u) $3x - 4y + 3 = 0$ é:

- a) $\frac{1}{5}$
 b) $\frac{2}{5}$ (X)
 c) $\frac{3}{5}$
 d) $\frac{4}{5}$
 e) n.r.a.

- 18) (AFA) – Dois lados de um paralelogramo ABCD estão contidos nas retas (r) $y = 2x$ e (s) $x = 2y$, respectivamente. Se $A = (5, 4)$, então:

- a) $B = (-1, -2)$, $C = (0, 0)$ e $D = (2, 4)$.
 b) $B = (-1, 2)$, $C = (0, 0)$ e $D = (2, 4)$
 c) $B = (1, -2)$, $C = (0, 0)$ e $D = (4, 2)$
 d) $B = (1, 2)$, $C = (0, 0)$ e $D = (4, 2)$ (X)
 e) n.r.a.

- 19) (AMAN) – A soma dos coeficientes angulares das equações das linhas retas que contêm o ponto $A(4, 3)$, determinando com os eixos coordenados, nos quadrantes em que passam, triângulos de área igual a 3 unidades quadradas é:

- a) 1,645
 b) 2,625
 c) 1,875 (X)
 d) 2,525
 e) 1,015

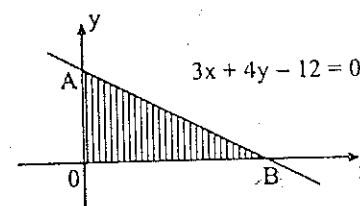
- 20) (EsFAO) – A distância entre as retas $x - 2y + 3 = 0$ e $2x - 4y + k = 0$ é $\frac{\sqrt{5}}{5}$ unidades de comprimento.

O produto dos valores de k é igual a:

- a) 35
 b) 32 (X)
 c) 12
 d) -32
 e) -35

- 21) (EsFAO) – A equação da reta s perpendicular à reta $2x - 3y + 4 = 0$ e que passa por $(3, -1)$ é:
- $3x + 2y - 7 = 0$ (X)
 - $3x - 2y - 11 = 0$
 - $2x - 3y - 15 = 0$
 - $3x + 2y + 1 = 0$
 - $3x - 2y = 0$
- 22) (AFA) – Para que as retas (r) $2y - x - 3 = 0$ e (s) $3y + kx - 2 = 0$ sejam perpendiculares, o valor de k deve ser:
- $-\frac{2}{3}$
 - $\frac{3}{2}$
 - 5
 - 6 (X)
- 23) (ITA) – Sendo (r) uma reta dada pela equação $x - 2y + 2 = 0$, então a equação da reta (s) simétrica à reta (r) em relação ao eixo das abscissas é descrita por:
- $x + 2y = 0$
 - $3x - y + 3 = 0$
 - $2x - 3y + 1 = 0$
 - $x + 2y + 2 = 0$ (X)
 - $x - 2y - 2 = 0$
- 24) (ITA) – Dadas as retas (r_1) : $x + 2y - 5 = 0$, (r_2) : $x - y - 2 = 0$ e (r_3) : $x - 2y - 1 = 0$, podemos afirmar que:
- são 2 a 2 paralelas
 - (r_1) e (r_2) são paralelas
 - (r_1) é perpendicular a (r_3)
 - (r_2) é perpendicular a (r_3)
 - as três retas são concorrentes em um mesmo ponto (X)

- 25) (AFA) – Dados, em um sistema de coordenadas cartesianas, os pontos $A = (1, 2)$, $B(2, -2)$ e $C(4, 3)$, então, a equação da reta, que passa por A e pelo ponto médio do segmento $\overline{BC}$, é dada por:
- $3x + 2y - 7 = 0$
 - $x + 3y - 7 = 0$
 - $4x + \frac{7}{2}y - 11 = 0$
 - $3x + 4y - 11 = 0$ (X)
- 26) (AFA) – As equações das retas suportes dos lados do triângulo, de vértices $A = (0, 0)$, $B = (1, 3)$ e $C = (4, 0)$, são:
- $3x - y = 0$, $x + y - 4 = 0$ e $y = 0$ (X)
 - $3x + y = 0$, $x + y - 4 = 0$ e $y = 0$
 - $3x + y = 0$, $x - y + 4 = 0$ e $y = 1$
 - $3x - y = 0$, $x - y + 4 = 0$ e $y = 1$
- 27) (AFA) – Qual é a área do triângulo da figura abaixo?



- 4
- 5
- 6 (X)
- 7

- 28) (AFA) – Dadas as retas $(r) x - y + 1 = 0$ e $(s) 2x + y - 2 = 0$, é possível afirmar que a distância do ponto $P = r \cap s$ à origem é:
- $\frac{\sqrt{17}}{4}$
 - $\frac{\sqrt{17}}{3}$ (X)
 - $\frac{\sqrt{17}}{2}$
 - $\sqrt{17}$
- 29) (ITA) – Duas retas r e s são dadas, respectivamente, pelas equações $3x - 4y = 3$ e $2x + y = 2$. Um ponto P pertencente à reta s tem abscissa positiva e dista 22 unidades de medida da reta r . Se $ax + by + c = 0$ é a equação da reta que contém P e é paralela a r , então $a + b + c$ é igual a:
- 132
 - 126
 - 118
 - 114 (X)
 - 112
- 30) (ITA) – Dados os pontos $A:(0, 8)$, $B:(-4, 0)$ e $C:(4, 0)$, sejam r e s as retas tais que $A, B \in r$, $B, C \in s$. Considere P_1 e P_2 os pés das retas perpendiculares traçadas de $P:(5, 3)$ às retas r e s , respectivamente. Então a equação da reta que passa por P_1 e P_2 é:
- $y + x = 5$ (X)
 - $y + 2x = 5$
 - $3y - x = 15$
 - $x + y = 2$
 - n.d.a.

- 31) (ITA) A área de um triângulo é de 4 unidades de superfície, sendo dois de seus vértices os pontos $A:(2, 1)$ e $B:(3, -2)$. Sabendo que o terceiro vértice encontra-se sobre o eixo das abscissas, é possível afirmar que suas coordenadas são:
- $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ ou $(5, 0)$
 - $\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$ ou $(4, 0)$
 - $\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$ ou $(5, 0)$ (X)
 - $\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$ ou $(4, 0)$
 - $\left(-\frac{1}{5}, 0\right)$ ou $(3, 0)$
- 32) (ITA) Em um sistema de coordenadas cartesianas, duas retas r e s , com coeficientes angulares 2 e $\frac{1}{2}$, respectivamente, se interceptam na origem O . Se $B \in r$ e $C \in s$ são dois pontos no primeiro quadrante tais que o segmento $\overline{BC}$ é perpendicular a r e a área do triângulo OBC é igual a 12×10^{-1} , então a distância de B ao eixo das ordenadas vale.
- $\frac{8}{5}$
 - $\frac{4}{5}$ (X)
 - $\frac{2}{5}$
 - $\frac{1}{5}$
 - 1.

- 33) (ITA) Em relação a um sistema de eixos cartesiano ortogonal no plano, três vértices de um tetraedro regular são dados por $A = (0, 0)$, $B = (2, 2)$ e $C = (1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3})$. O volume do tetraedro é

- a) $\frac{8}{3}$ (X)
- b) 3
- c) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- d) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$
- e) 8

- 34) (ITA) A área do polígono, situado no primeiro quadrante, que é delimitado pelos eixos coordenados e pelo conjunto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2: 3x^2 + 2y^2 + 5xy - 9x - 8y + 6 = 0\}$, é igual a:

- a) $\sqrt{6}$
- b) $\frac{5}{2}$ (X)
- c) $2\sqrt{2}$
- d) 3
- e) $\frac{10}{3}$

Circunferência

- 01) (EN) – Seja P o ponto da circunferência $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 24 = 0$ mais próximo da origem. A soma das coordenadas de P é:

- a) $\frac{18}{5}$
- b) $\frac{7}{2}$
- c) $\frac{9}{2}$
- d) $\frac{28}{5}$ (X)
- e) $\frac{13}{2}$

- 02) (EsFAO) – A equação de uma reta que passa pelo centro da circunferência cuja equação é $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ e é perpendicular à reta $3x - 2y + 7 = 0$ é:

- a) $3x + 2y + 7 = 0$
- b) $2x + 3y + 4 = 0$ (X)
- c) $3x - 2y - 4 = 0$
- d) $2x + 2y - 7 = 0$
- e) $2x - 2y - 4 = 0$

- 03) (AFA) – Qual a menor distância em cm, entre o ponto $P(-4, 3)$ e a circunferência $x^2 + y^2 - 16x - 16y + 24 = 0$?
- a) $\sqrt{3}$
 b) $\sqrt{5}$
 c) 3
 d) 5 (X)
- 04) (ITA) – Seja C a circunferência $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0$. Considere em C a corda AB cujo ponto médio é $M(2, 2)$. O comprimento de AB (em unidade de comprimento) é igual a:
- a) $2\sqrt{6}$
 b) $\sqrt{3}$
 c) 2
 d) $2\sqrt{3}$
 e) n.d.a. (X)
- 05) (AFA) – Qual o valor numérico da área do polígono que tem como vértices a intersecção da circunferência de centro $C(2, 0)$ e raio 4, com os eixos coordenados?
- a) $8\sqrt{2}$
 b) $8\sqrt{3}$
 c) $16\sqrt{2}$
 d) $16\sqrt{3}$ (X)
- 06) (AFA) – No primeiro quadrante, seja a região triangular β determinada pelos eixos coordenados e pela reta $(r): y = -x + a$ e a região circular $(\alpha) 2x^2 + 2y^2 < a^2$. O valor numérico da área da região $\beta - \alpha$ é:
- a) $\frac{a^2}{16}(4 - \pi)$
 b) $\frac{a^2}{8}(4 - \pi)$ (X)
 c) $\frac{a^2}{32}(\pi - 1)$
 d) $\frac{a^2}{4}(\pi - 1)$

- 07) (AFA) – Qual das equações abaixo representa a circunferência centrada no eixo das abscissas e tangente, externamente, no ponto da intersecção da bissetriz do primeiro quadrante com a circunferência $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 17 = 0$?
- a) $x^2 + y^2 - 3 + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$
 b) $x^2 + y^2 + (6 - \sqrt{2})x = 0$
 c) $x^2 + y^2 - (6 + \sqrt{2})x = 0$
 d) $x^2 + y^2 - 19 + 6\sqrt{2} = 0$ (X)
- 08) (ITA) – Seja C a circunferência dada pela equação $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 9 = 0$. $P = (a, b)$ é o ponto em C mais próximo da origem, então:
- a) $a = -\frac{3}{2}$ e $4b^2 + 24b + 15 = 0$
 b) $a = -\frac{1}{2}$ e $4b^2 + 24b + 33 = 0$
 c) $a = \frac{\sqrt{10}}{10} - 1$ e $b = 3a$
 d) $a = -\frac{\sqrt{10}}{10} - 1$ e $b = 3a$ (X)
 e) n.d.a.
- 09) (ITA) – Considere a região ao plano cartesiano xy definida pela desigualdade: $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 \leq 0$. Quando essa região rodar um ângulo de $\frac{\pi}{3}$ radianos em torno da reta $y + x + 1 = 0$, ela irá gerar um sólido cujo volume é igual a:
- a) $\frac{4\pi}{3}$
 b) $\frac{2\pi}{3}$
 c) $\frac{\pi}{3}$
 d) $\frac{4\pi}{9}$ (X)
 e) n.d.a.

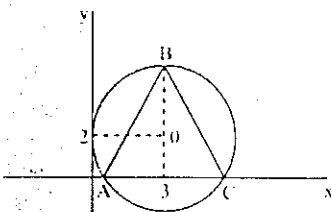
- 10) (CFO) – A equação da circunferência na qual os pontos $A(2; -\sqrt{3})$ e $B(0; \sqrt{3})$ são diametralmente opostos é:

a) $x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0$
 b) $x^2 + y^2 + 2x + 3 = 0$
 c) $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ (X)
 d) $x^2 + y^2 = 3$
 e) $x^2 + y^2 + 4x - 1 = 0$

- 11) (AFA) – Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, considere PI a circunferência de equação $2x^2 + 2y^2 - 11x + 6y - 8 = 0$. Então, a equação da circunferência que é tangente ao eixo das abscissas e com o mesmo centro de PI , é dada por:

a) $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{4}\right)^2 = \frac{4}{9}$
 b) $\left(x + \frac{4}{11}\right)^2 + (y - 2)^2 = \frac{2}{3}$
 c) $\left(x - \frac{11}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ (X)
 d) $2x^2 + 2y^2 - 11x + 6y - \frac{1}{8} = 0$

- 12) (AFA) – De acordo com a figura abaixo, podemos afirmar que a área do triângulo isósceles ABC , em unidades de área, é:



a) $2\sqrt{3}$
 b) $3\sqrt{3}$
 c) $4\sqrt{5}$
 d) $5\sqrt{5}$ (X)

- 13) (AFA) – A equação da reta que passa pelos pontos de intersecção das circunferências:

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0 \text{ e } x^2 + y^2 - 3x + y - 4 = 0 \text{ é:}$$

a) $x + 3y + 4 = 0$
 b) $x + 3y - 4 = 0$
 c) $x - 3y - 4 = 0$
 d) $x - 3y + 4 = 0$ (X)
 e) n.r.a.

- 14) (EsFAO) – O centro e o raio da circunferência de equação $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 8 = 0$ são:

a) $C(-1, 3); r = \sqrt{2}$ (X)
 b) $C(1, -3); r = 2$
 c) $C(-1, 3); r = 2$
 d) $C(1, -3); r = \sqrt{2}$
 e) $C(-1, -3); r = 2$

- 15) (AFA) – As equações das retas tangentes à circunferência $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$ e paralelas à reta $x + y - 2 = 0$ são:

a) $x + y - (3 + 2\sqrt{2}) = 0$ e $x + y - (3 - 2\sqrt{2}) = 0$ (X)
 b) $x + y + (3 + 2\sqrt{2}) = 0$ e $x + y + (3 - 2\sqrt{2}) = 0$
 c) $x + y + (-3 + 2\sqrt{2}) = 0$ e $x + y + (-3 - 2\sqrt{2}) = 0$
 d) $x + y - (-3 + 2\sqrt{2}) = 0$ e $x + y - (-3 - 2\sqrt{2}) = 0$
 e) n.r.a.

- 16) (AMAN) – As coordenadas do centro do círculo de equação $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ são:

a) $C(-2; 3)$
 b) $C(3; -2)$
 c) $C(1; 0)$
 d) $C(0, 1)$
 e) $C(2; -3)$ (X)

- 17) (AMAN) – A equação da circunferência de centro $C(2; 1)$ e tangente a reta $y = 0$ é:
- $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 1 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ (X)
 - $x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0$
 - $x^2 + y - 4y + 2 = 0$
- 18) (EsFAO) – A área da região do plano definida por $x^2 + y^2 - 4x \leq 0$ e $x - y - 2 \geq 0$ vale, em unidades de área:
- $\pi/2$
 - π
 - 2π (X)
 - 4π
 - 8π
- 19) (AFA) – A circunferência, com centro em $(1, 2)$ e tangente à reta $x - y + 3 = 0$, tem equação:
- $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 4y - 2x + 3 = 0$ (X)
 - $x^2 + y^2 - 4y - 2x + 7 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 7 = 0$
- 20) (ITA) – Um triângulo equilátero ABC é tal que $A : (0, 3)$, $B : (3\sqrt{3}, 0)$ e a abscissa do ponto C é maior que 2. A circunferência circunscrita a esse triângulo tem raio r e centro em $O : (a, b)$. Então $a^2 + b^2 + r^2$ é igual a:
- 31
 - 32
 - 33 (X)
 - 34
 - 35

- 21) (ITA) – Uma das circunferências que passa pelo ponto $P : (0, 0)$ e tangencia as retas $(r_1) : x - y = 0$ e $(r_2) : x + y - 2 = 0$ tem sua equação dada por:
- $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = \sqrt{2}$
 - $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$ (X)
 - $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$
 - $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \sqrt{2}$
 - $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$
- 22) (IME) – Demonstrar analiticamente que se uma reta perpendicular a uma corda de uma circunferência, passa pelo seu centro, então, ela divide a corda no seu ponto médio.
- 23) (ITA) Considere o seguinte raciocínio de cunho cartesiano: “Se a circunferência de centro $C = (h, 0)$ e raio r intercepta a curva $y = +\sqrt{x}$, $x > 0$, no ponto $A = (a, \sqrt{a})$ de forma que o segmento $\overline{AC}$ seja perpendicular à reta tangente à curva em A, então $x = a$ é raiz dupla da equação em x que se obtém da intersecção da curva com a circunferência.”
- Use esse raciocínio para mostrar que o coeficiente angular dessa reta tangente em A é $\frac{1}{2\sqrt{a}}$.
- 24) (ITA) Duas retas r_1 e r_2 são paralelas à reta $3x - y = 37$ e tangentes à circunferência $x^2 + y^2 - 2x - y = 0$. Se d_1 é a distância de r_1 até a origem e d_2 é a distância de r_2 até a origem, então $d_1 + d_2$ é igual a:
- $\sqrt{12}$.
 - $\sqrt{15}$.
 - $\sqrt{7}$.
 - $\sqrt{10}$.
 - $\sqrt{5}$. (X)

- 25) (ITA) Sejam os pontos A: (2, 0), B: (4, 0) e P: $(3, 5 + 2\sqrt{2})$.
- a) Determine a equação da circunferência C, cujo centro está situado no primeiro quadrante, passa pelos pontos A e B e é tangente ao eixo y.
- b) Determine as equações das retas tangentes à circunferência C que passam pelo ponto P.
- Resp. a) $(x - 3)^2 + (y - 2\sqrt{2})^2 = 9$
- b) $4x - 3y + 3 + 6\sqrt{2} = 0$ ou $4x + 3y - 27 - 6\sqrt{2} = 0$

- 26) (ITA) Seja C a circunferência de centro na origem, passando pelo ponto P = (3, 4). Se t é a reta tangente a C por P, determine a circunferência C' de menor raio, com centro sobre o eixo x e tangente simultaneamente à reta t e à circunferência C.

Resp: $r = \frac{5}{4}$ e $O\left(\frac{25}{4}, 0\right)$

- 27) (ITA) Uma circunferência passa pelos pontos A = (0, 2), B = (0, 8) e C = (8, 8).
- Então, o centro da circunferência e o valor de seu raio, respectivamente, são
- a) (0, 5) e 6.
- b) (5, 4) e 5.
- c) (4, 8) e 5,5.
- d) (4, 5) e 5. (X)
- e) (4, 6) e 5.

28

Cônicas e Lugares Geométricos

- 01) (AFA) – Se A (10, 0) e B (-5, y) são pontos de uma elipse cujos focos são $F_1(-8, 0)$ e $F_2(8, 0)$, o perímetro do triângulo BF_1F_2 é:
- a) 24
- b) 36 (X)
- c) 40
- d) 60
- 02) (AFA) – A distância focal da elipse $x^2 + 16y^2 = 4$ é:
- a) 1
- b) 3
- c) $\sqrt{15}$ (X)
- d) $\sqrt{20}$
- 03) (ITA) – Uma reta t do plano cartesiano xOy tem coeficiente angular 2a e tangencia a parábola $y = x^2 - 1$ no ponto de coordenadas (a, b). Se (c, 0) e (0, d) são as coordenadas de dois pontos de t tais que $c > 0$ e $c = -2d$, então a/b é igual a:
- a) -4/15 (X) b) -5/16 c) -3/16 d) -6/15 e) -7/15

04) (EN) – A equação da parábola cujo foco é o ponto $(1, 4)$ e cuja diretriz é a reta $y = 3$ é:

- a) $y = x^2 - 2x + 8$
- b) $y = -x^2 + x - 8$
- c) $y = \frac{x^2}{2} - x + 4$ (X)
- d) $y = \frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} + 2$
- e) $x = y^2 - y + 4$

05) (EN) – As imagens dos complexos z tais que $|z + 2\bar{z}| = 1$ formam uma:

- a) elipse (X)
- b) hipérbole
- c) parábola
- d) circunferência
- e) reta

06) (EN) – A menor distância entre um ponto da parábola $y = 1 - x^2$ e a origem é igual a:

- a) 1
- b) $\frac{1}{2}$
- c) $\frac{1}{4}$
- d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (X)
- e) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

07) (CFO) – No plano complexo, o lugar geométrico dos complexos Z tais que $|Z - 2 + i| = |Z + 4 - 3i|$ é dado por:

- a) um par de retas paralelas.
- b) uma circunferência de centro $C(-1, 1)$.
- c) uma elipse de focos em $(-2, 1)$ e $(4, 3)$.
- d) uma reta perpendicular ao segmento de extremos $(2, -1)$ e $(-4, 3)$. (X)
- e) uma reta que passa por $(-2, 1)$ e $(4, 3)$

08) (AFA) – A equação da elipse que, em um sistema de eixos ortogonais, tem focos $F_1(-3, 0)$ e $F_2(3, 0)$ e passa pelo ponto P

$\left(\frac{5}{2}, 2\sqrt{3}\right)$ é:

- a) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$
- b) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$
- c) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$
- d) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ (X)

09) (ITA) – Considere as afirmações:

I) Uma elipse tem como focos os pontos $F_1(-2, 0)$, $F_2(2, 0)$ e o eixo maior 12. Sua equação é $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{32} = 1$

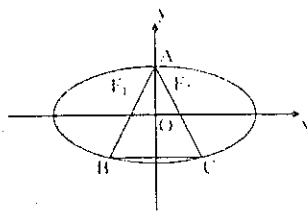
II) Os focos de uma hipérbole são $F_1(-\sqrt{5}, 0)$, $F_2(\sqrt{5}, 0)$ e sua excentricidade é $\frac{\sqrt{10}}{2}$. Sua equação é $3x^2 - 2y^2 = 6$.

III) A parábola $2y = x^2 - 10x - 100$ tem como vértice o ponto P :

$\left(5, \frac{125}{2}\right)$.

Então:

- a) Todas as afirmações são falsas.
 b) Apenas as afirmações II e III são falsas.
 c) Apenas as afirmações I e II são verdadeiras.
 d) Apenas a afirmação III é verdadeira.
 e) n.d.a. (X)
- 10) (AFA) – A equação da elipse de centro $C = (-2, 1)$, de excentricidade $\frac{3}{5}$ e de eixo maior horizontal com comprimento 20 é:
- a) $\frac{(x+2)^2}{100} + \frac{(y-1)^2}{64} = 1$ (X)
 b) $\frac{(x-2)^2}{100} + \frac{(y-1)^2}{64} = 1$
 c) $\frac{(x-2)^2}{100} + \frac{(y+1)^2}{64} = 1$
 d) $\frac{(x+2)^2}{100} + \frac{(y+1)^2}{64} = 1$
 e) n.r.a.
- 11) (EsFAO) – O triângulo ABC da figura é equilátero de lado 8 unidades e contém os focos da elipse. Se o centro dessa elipse é a origem do sistema cartesiano plano, sua equação é:



- a) $16x^2 + 25y^2 = 400$
 b) $9x^2 + 4y^2 = 144$
 c) $3x^2 + 4y^2 = 75$ (X)
 d) $9x^2 + 4y^2 = 36$
 e) $9x^2 + 4y^2 = 4$

- 12) (EsFAO) – Os focos da elipse de equação:

$$\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y+2)^2}{25} = 1 \text{ são:}$$

- a) $F_1(1, 1)$ e $F_2(1, -5)$ (X)
 b) $F_1(4, -2)$ e $F_2(-2, -2)$
 c) $F_1(0, 3)$ e $F_2(0, -3)$
 d) $F_1(3, 0)$ e $F_2(-3, 0)$
 e) $F_1(5, -2)$ e $F_2(-3, -2)$

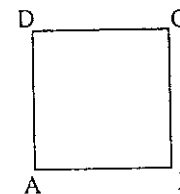
- 13) (AMAN) – A equação reduzida da elipse, na qual as distâncias de um dos focos sobre o eixo dos xx' às extremidades do eixo maior são iguais a 5 e 1, respectivamente, é:

- a) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ (X)
 b) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$
 c) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{5} = 1$
 d) $\frac{y^2}{5} + \frac{x^2}{4} = 1$
 e) $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$

- 14) (AMAN) – O lugar geométrico de $x^2 - 5x - 6 = 0$ no $\mathbb{R}^2$ corresponde a:
- a) uma reta
 b) duas retas concorrentes
 c) uma parábola
 d) três retas
 e) duas retas paralelas. (X)

- 15) (EsFAO) – No plano Argand-Gauss, o lugar geométrico dos complexos "z" tais que $|z - 2i| + |z + i| = 5$ é:
- uma circunferência
 - uma hipérbole
 - uma parábola
 - uma elipse (X)
 - uma reta
- 16) (EsFAO) – A reta $x - 2y - k = 0$ é tangente à curva $3x^2 + 4y^2 - 8y - 8 = 0$. O valor de k é:
- 2 ou -6 (X)
 - 2 ou -2
 - 3 ou 4
 - 3 ou 8
 - 3 ou 5
- 17) (AFA) – A equação reduzida $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4+k} = 1$, onde $k \neq -4$ é um número real, representa uma:
- parábola, se $0 < k < 4$
 - hipérbole, se $k < -4$ (X)
 - circunferência, se $k = 4$
 - elipse, se $k > 0$
- 18) (EN) – O Lugar Geométrico das imagens dos complexos $z = x + yi$ tais que $x^2 - y^2 + x + y = 0$ é:
- uma reta
 - uma circunferência
 - uma parábola
 - formado por duas retas concorrentes (X)
 - formado por duas retas paralelas.

- 19) (ITA) – Calculando-se a área da região limitada por $y \leq \frac{3}{2}(x+2)$ e $x^2 + (y-3)^2 \leq 13$ obtém-se:
- $2\sqrt{13}\pi$
 - $(3\sqrt{13}\pi)/2$
 - 13π
 - $\sqrt{13}\pi$
 - $(13\pi)/2$ (X)
- 20) (EN) – A área do triângulo formado pelos eixos coordenados e pela tangente à curva $y = 4x^2$ no ponto (1, 4) vale:
- 8 (X)
 - 4
 - 2
 - 1
 - $\frac{1}{2}$
- 21) (IME) – ABCD é um quadrado de lado ℓ , conforme figura abaixo. Sabendo-se que K é a soma dos quadrados das distâncias de um ponto P do plano definido por ABCD aos vértices de ABCD, determine:



- o valor mínimo de K e a posição do ponto P na qual ocorre esse mínimo;
- o lugar geométrico do ponto P para $K = 4\ell^2$.

Resp: círculo de raio $\frac{\ell\sqrt{2}}{2}$

- 22) (IME) – Uma piscina de base retangular tem, em metros, as seguintes dimensões: base, 5×6 e altura, 3. Dois terços do volume da piscina são ocupados por água. Na superfície da água, forma-se uma pequena bolha de ar. A bolha de ar está equidistante das paredes de 5m de base. Em relação às paredes de 6m de base, sua posição é tal que a distância a uma das paredes é o dobro da distância à outra. Estabeleça um sistema de coordenadas retangulares que tenham como origem um dos cantos interiores da piscina e como dos planos coordenados a parede de base de 6m mais próxima da bolha. Em relação a esse sistema, determine as coordenadas retangulares do ponto onde se encontra a bolha de ar.

Resp: $(-5/3, 3, 2)$

- 23) (IME) – Considere uma elipse e uma hipérbole centradas na origem, O, de um sistema cartesiano, com eixo focal coincidente com o eixo OX. Os focos da elipse são vértices da hipérbole e os focos da hipérbole são vértices da elipse.

Dados os eixos da elipse como 10cm e $\frac{20}{3}$ cm, determine as equações das parábolas, que passam pelas intersecções da elipse e da hipérbole e são tangentes ao eixo OY na origem.

Resp: $x = \frac{9\sqrt{35}}{40} y^2$

- 24) (IME) – Determine a equação da reta que passa por um dos vértices da curva definida por: $4y^2 + 8y - x^2 = 4$, formando um ângulo de 45° com o eixo horizontal.

R.: $y = x - 1 \pm \sqrt{2}$

- 25) (ITA) Considere a região do plano cartesiano definida pela desigualdade $x^2 + 4x + y^2 - 4y - 8 \leq 0$. Quando essa região rodar um ângulo de $\frac{\pi}{6}$ radianos em torno da reta $x + y = 0$, ela irá gerar um sólido de superfície externa total com área igual a:

a) $\frac{128}{3}\pi$ (X)

b) $\frac{128}{4}\pi$

c) $\frac{128}{5}\pi$

d) $\frac{128}{6}\pi$

e) $\frac{128}{7}\pi$

- 26) (ITA) A distância focal e a excentricidade da elipse com centro na origem e que passa pelos pontos $(1,0)$ e $(0,-2)$ são, respectivamente,

a) $\sqrt{3}$ e $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{2}$ e $\sqrt{3}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\frac{1}{2}$

d) $\sqrt{3}$ e $\frac{\sqrt{3}}{2}$

e) $2\sqrt{3}$ e $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (X)

27) (ITA) Considere todos os números $z = x + iy$ que têm módulo $\frac{\sqrt{7}}{2}$ e estão na elipse $x^2 + 4y^2 = 4$. Então, o produto deles é igual a:

- a) $\frac{25}{9}$.
- b) $\frac{49}{16}$. (X)
- c) $\frac{81}{25}$.
- d) $\frac{25}{7}$.
- e) 4.

28) (ITA) Considere a família de circunferências com centros no segundo quadrante e tangentes ao eixo Oy. Cada uma dessas circunferências corta o eixo Ox em dois pontos, distantes entre si de 4 cm. Então, o lugar geométrico dos centros dessas circunferências é parte:

- a) de uma elipse.
- b) de uma parábola.
- c) de uma hipérbole. (X)
- d) de duas retas concorrentes.
- e) da reta $y = -x$.

29) (ITA) Sabe-se que uma elipse de equação $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ tangencia internamente a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 5$ e que a reta de equação $3x + 2y = 6$ é tangente à elipse no ponto P. Determine as coordenadas de P.
resp. (8/9, 5/3)

30) (ITA) Os focos de uma elipse são $F_1(0, -6)$ e $F_2(0, 6)$. Os pontos $A(0, 9)$ e $B(x, 3)$, $x > 0$, estão na elipse. A área do triângulo com vértices em B, F_1 e F_2 é igual a

- a) $22\sqrt{10}$
- b) $18\sqrt{10}$
- c) $15\sqrt{10}$
- d) $12\sqrt{10}$ (X)
- e) $6\sqrt{10}$

31) (ITA) Assinale a opção que representa o lugar geométrico dos pontos (x, y) do plano que satisfazem a equação

$$\begin{bmatrix} x^2 + y^2 & x & y & 1 \\ 40 & 2 & 6 & 1 \\ 4 & 2 & 0 & 1 \\ 34 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} = 288.$$

- a) Uma elipse.
- b) Uma parábola.
- c) Uma circunferência. (X)
- d) Uma hipérbole.
- e) Uma reta.

Geometria Analítica no R^3

- 01) (EN) – A equação do plano que passa pelos pontos $(1, 0, 1)$ e $(0, 1, -1)$ e é paralelo ao segmento que une os pontos $(1, 2, 1)$ e $(0, 1, 0)$ é:

- a) $3x - y - 2z - 1 = 0$ (X)
- b) $x - 3y + 2z + 1 = 0$
- c) $3x - y + 2z - 1 = 0$
- d) $-5x + y + 2z + 3 = 0$
- e) $2x - 3y + z - 1 = 0$

- 02) (EN) – Se $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$, $|\vec{u}| = \frac{3}{2}$, $|\vec{v}| = \frac{1}{2}$ e $|\vec{w}| = 2$, o valor da soma dos produtos escalares $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{w} + \vec{u} \cdot \vec{w}$ é igual a:

- a) 1
- b) 0
- c) $\frac{-1}{4}$
- d) -1
- e) $\frac{-13}{4}$ (X)

- 03) (EN) – Sabendo-se que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores que satisfazem as seguintes condições:

I) $\vec{u}$ é paralelo a $\vec{w} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$

II) $\vec{v}$ é ortogonal a $\vec{w}$

III) $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$, onde $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$

Podemos afirmar que o produto vetorial, $\vec{u} \times \vec{v}$, é:

a) $\frac{-16}{9}\vec{i} + \frac{2}{9}\vec{j} + \frac{14}{9}\vec{k}$

b) $\frac{-2}{3}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} - \frac{2}{3}\vec{k}$

c) nulo

d) $\frac{-4}{3}\vec{i} - \frac{10}{3}\vec{j} - 2\vec{k}$ (X)

e) $\frac{-16}{3}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} - \frac{14}{3}\vec{k}$

- 04) (EN) – O valor de m para que as retas r e s

$$r: \begin{cases} y = mx - 3 \\ z = -2x \end{cases} \quad e \quad s: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 5t \end{cases}$$

sejam ortogonais é:

a) -10

b) -8 (X)

c) 4

d) 6

e) 8

- 05) (EN) – A equação do plano que contém as retas de equação

$$\frac{x-4}{3} = y-3 = \frac{z-5}{4} \quad e \quad \frac{x-6}{5} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-3}{2}$$
 é igual a:

a) $4x + 3y + 5z = 13$

d) $6x - 14y - z = -23$ (X)

b) $6x + 4y + 3z = 12$

e) $4x + 3y + 5z = 12$

c) $6x - 14y - z = 0$

- 06) (EN) – Os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são tais que $|\vec{u} + \vec{v}| = 10$ e $|\vec{u} - \vec{v}| = 4$.

O produto escalar $\vec{u} \cdot \vec{v}$ vale:

a) -1

b) $2\sqrt{5}$

c) 21 (X)

d) 29

e) 40

- 07) (CFO) – Os vetores $\vec{v}_1 = x\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ e $\vec{v}_2 = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ são perpendiculares. O valor de x é:

a) -2 (X)

b) -1

c) 0

d) 1

e) 2

- 08) (EN) – A componente do vetor $\vec{u} = (5, 6, 5)$ na direção do vetor $\vec{v} = (2, 2, 1)$ é o vetor:

a) $\left(\frac{5}{\sqrt{86}}, \frac{5}{\sqrt{86}}, \frac{5}{2\sqrt{86}}\right)$

b) (6, 6, 3) (X)

c) (10, 10, 5)

d) $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

e) $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{5}{4}\right)$

- 09) (EsFAO) – O vetor $\vec{v} = (-1/2, a)$ é unitário, então:

a) $a = \pm \sqrt{3}/2$ (X)

d) $a = \pm 1$

b) $a = \pm 1/2$

e) $a = \pm 3/2$

c) $a = \pm 1/4$

- 10) (EsFAO) – Sendo $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ e $\vec{v} = 4\vec{i} + \vec{j}$, o vetor $\vec{w} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ pode ser representado pelo par ordenado:
- $(-8, -9)$ (X)
 - $(8, 9)$
 - $(-9, -8)$
 - $(9, 8)$
 - $(0, 0)$
- 11) (EsFAO) – Os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ pertencentes ao $\mathbb{R}^3$ determinam um ângulo de 135° e são tais que $|\vec{u}| = \sqrt{2}$ e $|\vec{v}| = \sqrt{3}$. O valor de $|\vec{u} \times \vec{v}|$ é:
- 3
 - $\sqrt{3}$ (X)
 - $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - $-\sqrt{3}$
- 12) (EN) – As equações da reta que passa pelo ponto $P(3, -2, -4)$, é paralela ao plano $3x - 2y - 3z - 7 = 0$ e intercepta a reta $\frac{x-2}{3} = \frac{-4-y}{2} = \frac{z-1}{2}$ são:
- $\frac{x-3}{5} = \frac{y+2}{-6} = \frac{z+4}{9}$ (X)
 - $\frac{x-3}{-43} = \frac{y+2}{30} = \frac{z+4}{-23}$
 - $\frac{x-5}{3} = \frac{y+6}{-2} = \frac{z+9}{4}$
 - $\frac{x+43}{3} = \frac{y-30}{-2} = \frac{z+23}{-4}$
 - $\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$

- 13) (EsFAO) – Os vetores $\vec{u} (2, -1, 3)$ e $\vec{v} (3, k, -1)$ são perpendiculares. O valor de k é:
- $\sqrt{2}$
 - $\sqrt{3}$
 - 2
 - 3 (X)
 - 6
- 14) (EN) – $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores tais que $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| = 1$ e $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$. O ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$ vale:
- 30°
 - 45°
 - 60° (X)
 - 90°
 - 120°
- 15) (EN) – O gráfico da solução do sistema $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ é, no $\mathbb{R}^2$ e no $\mathbb{R}^3$, respectivamente:
- um ponto e uma reta (X)
 - uma reta e um plano
 - um ponto e um ponto
 - um ponto e um plano
 - inexistente e uma reta
- 16) (EN) – Coloque, na coluna direita V quando a afirmação é verdadeira e F quando é falsa.
- Se $(\hat{a}, \hat{b}, \hat{c})$ é uma progressão aritmética então $(a^2 b c, a b^2 c, a b c^2)$ também é. ()
 - O produto dos 17 primeiros termos da progressão geométrica $(3^8, -3^7, 3^6, \dots)$ é 1 ()
 - Os pontos $A(2, 2, 3)$, $B(0, 1, 2)$, $C(-1, 3, 3)$, $D(3, 0, 1)$ não são coplanares ()

Lendo a coluna da direita de cima para baixo encontramos:

- a) V V F (X)
- b) V V V
- c) F F F
- d) F V F
- e) V F V

- 17) (EN) – Dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são unitários e formam um ângulo de 30° . O módulo do vetor soma $(\vec{u} + \vec{v})$ é:

- a) $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ (X)
- b) $\sqrt{6}$
- c) $2\sqrt{3}$
- d) $\sqrt{3} + 2$
- e) $3 + \sqrt{2}$

- 18) (EN) Sejam $\vec{u} = (-1, 0, 1 + c)$, $\vec{v} = (-1, 0, 0)$ e $\vec{w} = (0, 1, -1)$ vetores do $\mathbb{R}^3$. Se o ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $(\vec{v} \times \vec{w})$ é $\frac{\pi}{3}$ radianos, então o valor não nulo de c é

- a) 3
- b) 2
- c) -2 (X)
- d) -3

- 19) (EN) Se $|\vec{u}| = 3$ e $|\vec{v}| = 4$, o valor máximo de $|\vec{u} \times \vec{v}|$ é:

- a) 1
- b) 3
- c) 4
- d) 5
- e) 7 (X)

- 20) (EN) A reta no $\mathbb{R}^3$ que passa pelo centro da esfera $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 5$ e é perpendicular ao plano $2x - 3y - z + 1 = 0$ tem equações paramétricas

- a) $x = 2 + 2t, y = -3 + t, z = -t, t \in \mathbb{R}$
- b) $x = 2 + 2t, y = 1 - 3t, z = -t, t \in \mathbb{R}$ (X)
- c) $x = 1 - 2t, y = 1 + 2t, z = -1 - t, t \in \mathbb{R}$
- d) $x = 1 + t, y = 2 + 2t, z = -1 + t, t \in \mathbb{R}$